



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

ULB

Ein Beitrag zur Faltenvorhersage in freien Bahnführungsabschnitten von Rollenrotationsdruckmaschinen

Neuser, Jörg-Eberhard
(1997)

DOI (TUprints): <https://doi.org/10.25534/tuprints-00013554>

License:



CC-BY 4.0 International - Creative Commons, Attribution

Publication type: Book

Division: 16 Department of Mechanical Engineering

Original source: <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/13554>

**Ein Beitrag zur Faltenvorhersage in freien Bahnführungsabschnitten
von Rollenrotationsdruckmaschinen**

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Hochschule Darmstadt

zur

Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Jörg-Eberhard Neuser

aus

Wiesbaden

Berichterstatter:

Prof. Dr.-Ing. Chr. Hars

Mitberichterstatter:

Prof. Dr.-Ing. P. Hagedorn

Tag der Einreichung:

15. Oktober 1996

Tag der mündlichen Prüfung:

15. Januar 1997

Darmstadt 1997

D 17

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Druckmaschinen und Druckverfahren der Technischen Hochschule Darmstadt.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Chr. Hars, dem Leiter des Fachgebiets, gilt mein besonderer Dank für das in mich gesetzte Vertrauen, den zur Durchführung und Fertigstellung der Arbeit gewährten Freiraum sowie für die Anfertigung des Hauptgutachtens.

Herrn Prof. Dr.-Ing. P. Hagedorn danke ich für das Interesse an der Arbeit und der Übernahme des Koreferats.

Die Motivation für die vorliegende Arbeit stammte aus einem von mir bearbeiteten Forschungsvorhaben, das von der Forschungsgesellschaft Druckmaschinen e.V. (FGD) und der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungseinrichtungen (AiF) finanziell unterstützt worden ist. Hierfür gebührt den genannten Institutionen Dank.

Ganz besonders möchte ich mich auch bei den Kollegen und Mitarbeitern des Fachgebiets für die hilfreichen Diskussionen und die gewährte Unterstützung bedanken.

Griesheim, Januar 1997

Jörg Neuser

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich an Eides statt, daß ich die vorliegende Arbeit - abgesehen
von den ausdrücklich genannten Hilfen - selbständig verfaßt habe.

Jörg-Eberhard Meuser

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
1.1. Stand der Forschung	2
1.2. Ziel der Arbeit.....	4
1.3. Stabilitätskriterien zur Faltenbildung.....	5
2. Modellbildung	8
2.1. Kontinuitätsgleichung.....	10
2.2. Materialbezogene Betrachtung	11
2.3. Bewegungsgleichungen.....	17
3. Materialbeziehungen	18
3.1. Übergang zum raumfesten Koordinatensystem.....	21
3.2. Experimentelle Bestimmung der Materialparameter	23
4. Lösungsansatz	31
4.1. Gleichmäßiger Zug in x-Richtung	34
4.2. Zugdiagonalfeld	35
4.3. Schubanteile.....	38
4.4. Weitere mögliche Belastungen	42
4.5. Zusammengesetzte Spannungsverteilung.....	43
4.6. Energiebetrachtung.....	48

5.	Diskussion der Spannungsverläufe.....	55
5.1.	Randbedingung: Auslaufseitig festgehaltene Ecken.....	56
5.2.	Randbedingung: Auslaufseitig achsparallele Bahnkante in der Bahnmitte	59
5.3.	Randbedingung: Auslaufseitig senkrechter Bahnauflauf in der Bahnmitte.....	62
5.4.	Diskussion der Verläufe.....	66
5.5.	Ergebnisse	66
6.	Modellierung der Kraftübertragung an Bahnführungselementen	68
6.1.	Experimentelle Bestimmung der Reibkräfte in Bahnlaufrichtung.....	72
6.2.	Bestimmung des Reibkoeffizienten	76
6.3.	Diskussion der experimentellen Ergebnisse.....	80
7.	Zusammenfassung	84
8.	Literaturverzeichnis.....	87
	Anhang: Versuchsdruckmaschine.....	92

Formelzeichen

a_{02}	N/mm^2	Spannungskonstante für Potentialfunktion
A_{02}		Dimensionslose Spannungskonstante
a_{03}	N/mm^3	Spannungskonstante für Potentialfunktion
A_{03}		Dimensionslose Spannungskonstante
A	mm^2	Querschnittsfläche der Bahn
A_i	mm^2	Querschnittsfläche der Bahn an der Stelle i
b	m m	Bahnbreite
b	m m	Bahnbreite
C_0	N/mm^4	Spannungskonstante für Potentialfunktion
C_{00}		Dimensionslose Spannungskonstante
C_i		Konstanten
C_{ijkl}	N/mm^2	Elastizitätstensor
c_{rm}	m m	Auslenkamplituden für Plattengleichung
d	m m	Dicke der Materialbahn
E_{ij}	N/mm^2	Elastizitätsmodul
e_{ij}	$1/\text{s}$	Dehnungsgeschwindigkeitstensor
F_B	N	Grundbahnzugskraft
F_i	N	Bahnzugskraft in i -Richtung
F_{ij}		Deformationsgradient
\vec{g}_i		Basisvektoren der materiellen Koordinaten
g_{ij}		kovarianter Metriktenor
G_{xy}	N/mm^2	Schubmodul
h	m m	Luftspalthöhe
J		Jacobi-Determinante
K_i	N	Volumenkraft in i -Richtung
K	N mm	Plattensteifigkeit
ℓ	m m	Länge des Bahnführungsabschnittes
L		Breiten/Längenverhältnis (b/ℓ)
M_{ri}	N mm	Reibmoment an der Walze i
n	U/min	Drehzahl

N_{ij}	N/mm	auf die Bahndicke bezogene Bahnbelastung
p_i	N/mm ²	Randbahnbelastung in i-Richtung
p_i	N/mm ²	Reibkräfte in i-Richtung
p	N/mm ²	Druck unter der Materialbahn
r_i	mm	Radius des Bahnführungselementes i
R		Name eines Punktes
\vec{R}	mm	Ortsvektor zum Punkt R
R_{ij}		Rotationstensor
dS	mm ²	Integrationsfläche
S_i	N	Bahnzugskräfte
S	mm ²	Querschnittsfläche der Bahn
t	s	Zeitvariable
T	N/mm	Breitenbezogene Bahnzugskraft
t_0, t_E	s	Bezugszeiten
u_i	mm	Verschiebung in i-Richtung
U	m/s	Summe der Geschwindigkeiten ($v_{\text{Bahn}} + v_{\text{Walze}}$)
v_i	mm/s	Geschwindigkeit in i-Richtung
v_{ij}	mm/(s mm)	Geschwindigkeitsgradiententensor
V	mm ³	Volumen
w	mm	zur Plattenebene senkrechte Verschiebung
x, y	mm	Kartesische Koordinaten
z^4		Orthotropiegrad

Griechische Formelzeichen

δ_{ij}		Einheitstensor
ε_{ij}		Dehnungstensor
ξ^i		Materielle Koordinaten
ψ		Dimensionslose x-Koordinate
η		Dimensionslose y-Koordinate
η	kg/(m s)	Dynamische Zähigkeit
$\kappa_{i-1,i}$		Relative Geschwindigkeitszunahme zwischen den Stellen i-1,i
λ		Zuwachs an Bahnzugskraft
λ_{ij}		Lagrangescher Verzerrungstensor
φ		Umschlingungswinkel
$\Phi(x,y)$		Potentialfunktion der Spannungen
$\Phi_{i-1,i}$		Relative Kraftzunahme zwischen den Stellen i-1, i
μ		Reibkoeffizient
ν_i		Querkontraktionszahl
Π		Potential
ρ	kg/mm ³	Dichte
ρ_0	kg/mm ³	Ausgangsdichte
σ_{ij}	N/mm ³	Spannungstensor
τ	N/mm ²	Schubspannung
θ_A		Schiefstellungswinkel des auslaufseitigen Bahnführungselementes
θ_E		Schiefstellungswinkel des einlaufseitigen Bahnführungselementes
Θ_i	kg mm ²	Massenträgheitsmoment der Walze i
ω_{ij}		Drehtensor
Ω_{ij}	1/s	Drehgeschwindigkeitstensor

1. Einleitung

Auf dem Markt der Informationsübertragung liegen Druckprodukte nach wie vor mit an führender Position. Durch Steigerungen in der Druckqualität werden neben Texten zunehmend farbige Bilder und grafische Elemente genutzt. Zudem ist man bestrebt, die höhere Qualität im Erscheinungsbild mit höchstmöglicher Aktualität zu verbinden. An die Druckmaschine werden daher die Forderungen einer sehr hohen Druckqualität bei höchster Produktionsleistung gestellt. Die Bestrebungen in der Entwicklung gehen zu immer kürzeren Einrichtzeiten bei Auftragswechseln und höheren Produktionsgeschwindigkeiten. Neben den hohen Produktionsgeschwindigkeiten trägt auch die Vergrößerung der bedruckbaren Formate zur Leistungssteigerung bei.

Rollenrotationsdruckmaschinen sind im Gegensatz zu Bogendruckmaschinen besonders leistungsstark, da sie endlose Bahnen verarbeiten. Dabei ist die Bedruckstoffbahn gleichzeitig Werkstück (im Sinne der Bearbeitung) und Transportmittel. Der Druckmaschine, insbesondere der Bahnführung, kommt nun die Aufgabe zu, die Bahn ortsgenau zu transportieren und zu führen. Für die passergenaue Bearbeitung, d. h. der ortsgenaue Zusammendruck mehrerer Einzelfarben bzw. die ortsgenaue Weiterverarbeitung der Bedruckstoffbahn, werden je nach Druckprodukt und Bearbeitungsschritt Genauigkeiten von 0,01 – 0,1 mm /21/ gefordert.

Neben dem genauen Transport hat die Bahnführung die Aufgabe, die Materialbahn ohne Beschädigungen durch die Druckmaschine zu führen. Eine häufig in Rollenrotationsdruckmaschinen zu beobachtende Störung ist, daß die Materialbahn in den freien Bahnführungsabschnitten ihre Planlage einbüßt, und die entstehenden Wellen und Falten teilweise durch nachfolgende Bahnführungselemente "festgebügelt" werden. Manifestierte Wellen und Falten führen zu Makulatur (Ausschuß), die wegen der hohen Bedruckstoffkosten auf ein Minimum beschränkt werden muß (ca. 70% des Auftragswertes sind Bedruckstoffkosten).

Motivation dieser Arbeit ist, aufbauend auf den Untersuchungen zum Bahntransport die Vorhersage von Wellen und Falten in freien Bahnführungsabschnitten zu ermöglichen.

1.1. Stand der Forschung

Grundlegende Arbeiten zur einachsigen Beschreibung des Bahntransportes in Bahnlauftrichtung sind von KESSLER/23/, BRANDENBURG /5/, TRÖNDLE /44/ und HARS /20/ durchgeführt worden. Für linear-elastische Werkstoffe wurden von KESSLER Lösungen der Kontinuitätsgleichung für freie Bahnabschnitte mit festen und variablen Bahnlängen angegeben. HARS beschreibt den Dehnungsverlauf einer Bedruckstoffbahn für mehrere hintereinanderliegende Bahnführungsabschnitte. TRÖNDLE untersuchte das dynamische Verhalten von Materialbahnen in freien Bahnführungsabschnitten. Neben der Ermittlung der Bahnzustandsgrößen einer homogenen Bahn – Bahngeschwindigkeit, Bahnspannungen und Bahndehnungen – schätzte er den Einfluß vom Bahndurchhang und den möglichen Schwingungsanregungen für Transversal- und Longitudinalschwingungen ab. BRANDENBURG untersuchte das dynamische Verhalten an umschlungenen Bahnführungselementen unter Coulombscher Reibung. In weiteren Arbeiten /6, 7/ werden die Prozeßmodelle zur Mehrmotorenregelung in Rollenrotationsdruckmaschinen um die Einflüsse von Temperaturänderungen und Dichteänderungen der Bahn erweitert.

TRÖNDLE /44/ zeigte in seiner Arbeit, daß bei Rollenrotationsdruckmaschinen Transversalschwingungen mit Eigenfrequenzen der Materialbahn angeregt werden können. Auch in anderen technischen Anwendungen z. B. Riementrieben und Bandsägen ist dieses Problem bekannt. WICKERT und MOTE /48/ geben in ihrem Aufsatz eine Übersicht über die mit verschiedenen Modellen erzielten Ergebnisse, wobei sich die Mehrzahl der Arbeiten mit Transversalschwingungen von axialbewegten Saiten (eindimensionale Probleme) beschäftigen.

CHANG und MORETTI /9/ untersuchen die Transversalschwingungsanregung von Materialbahnen durch die umgebende Luft. Merkliche Schwingungen beobachten sie an Materialbahnen in geschlossenen Kanälen, deren Querschnitte in der Höhe und Breite nicht viel größer als die Materialbahnen sind. Der große Geschwindigkeitsgradient zwischen bewegter Bahn und feststehender Kanalwand erfordert bei der Modellierung die Beachtung von Scheinkräften, die sich wie virtuelle Massen bei gleicher Steifigkeit des Systems verhalten. Daraus ist die beschriebene Verringerung der Eigenfrequenzen von Bedruckstoffbahnen im Bereich der Kanaldurchführung erklärbar. In Rollenrotationsdruckmaschinen ist mit Transversalschwingungsanregungen durch die umgebende Luft vornehmlich in den Trock-

nungsbereichen auf Grund der engen Kanäle und der zur Konvektionstrocknung notwendigen Blasluft zu rechnen.

Neben den Bahnschwingungen wird die Materialbahn in den Trocknungsbereichen thermisch belastet. Die dabei durch Feuchtigkeitsverlust entstehende Wellenbildung in der Materialbahn ist häufig ein Grund für Beanstandungen. Zu diesem Problemfeld gibt es in der Literatur einige Erklärungsversuche und Beschreibungen des Phänomens aus der Praxis (z. B. WEIßENBORN /47/, BOSSE /4/), wobei eine zufriedenstellende Modellierung aussteht. Neben der Wellenbildung in Trocknern beschreibt SOMMER /39/ in einem Erfahrungsbericht mehrere Punkte, an denen in Papiermaschinen Falten- und Wellenbildung beobachtet wird. Durch den ähnlichen Aufbau der Bahnführungen können diese Punkte grundsätzlich auf Druckmaschinen übertragen werden.

Bei Verlust der Planlage der Materialbahn spricht man von Wellen und Falten, wobei eine strenge Definition noch aussteht. In der Praxis spricht man von Wellen, wenn die Ursache des Ausbeulens in lokalen Materialeigenschaften (z. B. lokale Feuchteunterschiede oder Materialinhomogenitäten) zu suchen ist. Von Falten spricht man, wenn das Ausbeulen durch äußere Belastungen auf die Materialbahn (z. B. an Bahnführungselementen) hervorgerufen wird.

Einige Bahnführungselemente zwingen der Bedruckstoffbahn eine Bewegung quer zur Bahnaufrichtung auf. Gewollt sind diese Querbewegungen an Umlenk- und Wendestangen sowie an Bahnlaufreglern, die die Bedruckstoffbahn in die Sollspur (seitliche Position) zurückführen. Eine ausführliche Diskussion über diese Bahnführungselemente gibt SHELTON /36/. Er untersucht den seitlichen Bahnversatz in einem freien Bahnführungsabschnitt, bei dem auslaufseitig das Bahnführungselement schief steht. Er modelliert die freie Bahn als Biegebalken. Die von ihm berechneten Biegemomente entsprechen über der Bahnbreite verteilten Bahnzugspannungen. Bei dieser Belastungssituation ist es möglich, daß die Zugspannung auf der entlasteten Bahnseite zu Null wird. Diesen Belastungsfall bezeichnet er als kritischen Fall, da bei weiterer Entlastung nach seinem Modell Druckspannungen berechnet werden, bei denen er Faltenbildung postuliert. In einer weiteren Arbeit untersucht SHELTON /37/ die Auswirkungen bei überkritischen Schiefstellungen, in dem er zur Zugkraftübertragung nur die Teile der Bahnbreite berücksichtigt, bei denen die Zugspannung größer Null ist, die anderen Bahnteile bleiben kraftfrei.

1.2. Ziel der Arbeit

Wellen und Falten sind unerwünschte Störungen des Bahntransports in Rollenrotationsdruckmaschinen, die durch zunehmende Bahnbreiten und abnehmende Flächengewichte der Materialbahnen immer häufiger auftreten. Vielfach sind die Wellen- und Faltenbildungsursachen noch nicht bekannt. Einige Faltenbildungsursachen sind bekannt, aber die mathematische Modellierung und daraus weiterführend die Simulation und Analyse der kritischen faltenbildenden Betriebszustände steht aus.

Man beobachtet Falten, i. d. R. Diagonalfalten, in dem vor einem schiefstehenden Bahnführungselement liegenden Bahnführungsabschnitt. Die Untersuchung dieser bekannten Faltenbildungsursache unterteilt sich in folgende Punkte.

1. Die Störungen des Bahntransportes sind unerwünscht. Deshalb besteht das vorrangige Interesse darin, Bedingungen zu formulieren, die als Versagens- bzw. Stabilitätskriterien die sichere Vorhersage von Faltenbildung ermöglichen. Die Form und der Verlauf der Falten sind für den Betreiber und Hersteller von Druckmaschinen von untergeordnetem Interesse.
2. Alle bekannten Stabilitätskriterien setzen die Kenntnis des Spannungszustandes in der Materialbahn voraus. In der Literatur zum Bahntransport werden die Spannungsgrößen aus eindimensionalen Modellen (z. B. Biegebalken) gewonnen. Zur genauen Untersuchung der durch verschiedene Bahnführungsgeometrien und Randbedingungen sich ergebenden Belastungen ist die Verwendung eines mehrachsigen Modells notwendig. Dieses Modell wird ausgehend von den kontinuumsmechanischen Grundgleichungen entwickelt.
3. Neben den kontinuumsmechanischen Grundgleichungen muß auch das mechanische Verhalten von üblichen Bedruckstoffen modelliert werden. Für Papier sind mehrere Arbeiten bekannt, an Hand derer man mit hinreichender Genauigkeit das Materialmodell aufbauen kann. Zusätzlich soll auf ein Verfahren zu Materialparameterbestimmung hingewiesen werden, um die Brücke zu einer experimentellen Überprüfung der zu ermittelnden Spannungszustände aufzuzeigen.
4. Das gewonnene allgemeine Modell für die freie Bahn zwischen zwei Bahnführungselementen berücksichtigt sowohl ein- als auch auslaufseitig schiefstehende Bahnführungselemente. An einer stehenden Bahn werden die sich ergebenden

Spannungszustände bei verschiedenen Schiefstellungswinkeln und Bahngeometrien untersucht, wobei die relative Schiefstellung der Bahnführungselemente zueinander maßgebend ist.

5. Die Randbedingungen an den den Bahnführungsabschnitt begrenzenden Bahnführungselementen wird durch die Kraftübertragung zwischen Bedruckstoffbahn und Bahnführungselement maßgeblich beeinflusst. Aufbauend auf einem systematischen Überblick von möglichen Kraftübertragungsmechanismen werden experimentelle Untersuchungen zur einachsigen Kraftübertragung in Umfangsrichtung der Bahnführungselemente durchgeführt, um die vielfach auf theoretischen Überlegungen beruhenden Modelle auf ihre Praxisnähe zu untersuchen. Die gewonnenen Erkenntnisse sind in das mehrachsige Modell zu übertragen, um generelle Aussagen zur Kraftübertragung zwischen Bahnführungselement und Materialbahn zu geben.

1.3. Stabilitätskriterien zur Faltenbildung

Ideal geführte Materialbahnen sind ebene Flächen, deren Krümmungsradien in den freien Bahnführungsabschnitten unendlich groß sind. Treten in der Materialbahn Belastungen auf, die größer sind als die die Materialbahn in ihrer ebenen Form aufnehmen kann, wird die Materialbahn sich ausbeulen, um in der ausgebeulten Form (einer benachbarten Gleichgewichtslage) den Belastungen standhalten zu können. Ziel ist es, diesen Ausbeulpunkt in Form eines Stabilitätskriteriums zu bestimmen.

Ideale Materialbahnen sind eben, so daß sich zur Formulierung eines Stabilitätskriteriums der Ansatz über die Plattenbeulung anbietet. In die Differentialgleichung der Plattenbeulung /19/

$$K \Delta \Delta w + N_{xx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_{yy} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (1.1)$$

setzen GEDL, KEHLBACH und GOOD /18/ einen linearen Lösungsansatz für die Auslenkung in der zur Bahnebene senkrechten Richtung $w(x,y)$ einer allseitig drehbar gelagerten Platte

$$w_{m,n}(x,y) = \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (1.2)$$

ein und leiten ein Stabilitätskriterium für Materialbahnen ab. Die Gültigkeit ihres Stabilitätskriteriums überprüften sie an einem Bahnführungsabschnitt mit einer schiefstehenden Leitwalze. Die Bahnbelastungen bestimmen sie wie SHELTON /36/ über das Modell der Balkenbiegung.

Der von GEDL, KEHLBACH und GOOD gewählte Lösungsansatz (1.2) befriedigt nicht streng die Randbedingungen der Materialbahn im freien Bahnführungsabschnitt, da die seitlichen Bahnkanten in dem freien Bahnführungsabschnitt nicht gehalten werden. Die gute Übereinstimmung der experimentellen Ergebnisse mit dem abgeleiteten Stabilitätskriterium liegt sicher in dem durch ausreichende Bahnspannung vernachlässigbaren Durchhang der Materialbahn. Ein merklicher Bahndurchhang tritt bei geringen Bahnzügen und schweren Bahnen auf. Nach der bisher geführten Diskussion ist der Durchhang als Falte zu bezeichnen, da die Bahn nicht mehr eben ist.

Wenn man den Durchhang der Materialbahn bei der Formulierung des Stabilitätskriteriums berücksichtigen muß, bietet sich ein Näherungsverfahren an, für das GIRKMANN /19/ ein Minimum für den Zuwachs an potentieller Energie beim Wechsel der Gleichgewichtslagen (eben (leicht gebeult) -> ausgebeult) fordert. Durch geeignete Ansatzfunktionen lassen sich so die Beulflächen und die Randbedingungen entsprechend der zur Verfügung stehenden Terme beliebig genau nachbilden. Aus den Verformungen lassen sich dann die kritischen Spannungen berechnen.

Zu einer anderen Formulierung eines Stabilitätskriteriums gelangt man, wenn man die Plattensteifigkeit N in der Differentialgleichung der Plattenbeulung (1.1) vernachlässigt. Die Vernachlässigung der Plattensteifigkeit ist für übliche dünne Bedruckstoffmaterialien zulässig, was man durch überschlägiges Abschätzen

$$K = \frac{E d^3}{12 (1 - \nu^2)} = \frac{5000 \text{ N/mm}^2 \cdot 0,05^3 \text{ mm}^3}{12 (1 - 0,3^2)} = 0,06 \text{ N mm} \quad (1.3)$$

leicht nachvollziehen kann.

Somit erhält man die Differentialgleichung für den Membranspannungszustand. Zur anschaulichen Formulierung des Stabilitätskriteriums ist es hilfreich, die Differentialgleichung für die Haupttrichtungen anzugeben:

$$N_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + N_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} = 0 \quad (1.4)$$

Im Idealfall ist die Materialbahn eben, und somit ist die Gleichung 1.4 erfüllt. Bei der Modellierung von Membranen geht man davon aus, daß Membranen in ihrer ebenen Form keinen Druckspannungen standhalten. Daraus ergibt sich, daß Membranen beim Auftreten von Druckspannungen ausbeulen werden. Dieses Kriterium ist die Grundlage zur Berechnung von kritischen Lastgrößen an Membranen /33, 46/.

Tritt Faltenbildung auf, so zeigt WAGNER /46/, daß sich die Falten parallel zur Hauptzugspannung ausrichten und die Hauptquerspannung gleich Null sein muß. Diesen Belastungsfall bezeichnet er als Zugdiagonalfeld.

Das mittels der Membrantheorie aufgestellte Kriterium für einen faltenfreien Bahnlauf ist allgemein anwendbar, da die Parametervielfalt der verschiedenen Bedruckstoffmaterialien in dem Kriterium nicht berücksichtigt werden muß.

2. Modellbildung

Ziel der Modellbildung ist, das mechanische Verhalten von Materialbahnen in Rollenrotationsdruckmaschinen zu beschreiben. Vorrangig ist dabei die kontinuumsmechanische Betrachtung von Interesse, während die Einflüsse durch die Bearbeitungsschritte, insbesondere die Aufbringung der Druckfarbe beim Drucken, unberücksichtigt bleiben sollen.

Zur Formulierung der die physikalischen Zusammenhänge beschreibenden Gleichungen werden folgende vereinfachende Annahmen getroffen, die im wesentlichen aber einer Vernachlässigung von zusätzlichen, den Bahntransport betreffenden, untergeordneten und daher nicht untersuchten Effekten entspricht.

- Vor. 1: Die Materialbahn ist homogen und hat weder Risse noch Löcher. Es findet kein Massenaustausch zwischen der Materialbahn und der Umgebung statt.
- Vor. 2: Die Materialbahn ist ein Festkörper, bei dem im Gegensatz zu Flüssigkeiten benachbarte Teilchen immer benachbart bleiben.
- Vor. 3: Temperatur- und Feuchtigkeitsänderungen sollen unberücksichtigt bleiben. Veränderliche, für die Rechnung jedoch konstante Temperatur- und Feuchtigkeitsniveaus sind über anzupassende Materialgesetze zu beschreiben.
- Vor. 4: Aufgrund der geringen Dicke im Verhältnis zu der Bahnbreite und der betrachteten Bahnlänge üblicher Materialbahnen wird die Materialbahn als zweidimensionales Kontinuum modelliert, d. h. die Dicke der Materialbahn wird als konstant angesetzt und die Änderungen der Größen über die Bahndicke werden vernachlässigt.
- Vor. 5: Die Materialbahn bleibt eben, d. h., daß Transversalauslenkungen aufgrund der Gewichtskraft und durch transversale Schwingungsanregung unberücksichtigt bleiben.

Für das gestellte Problem der Beschreibung des Bewegungsablaufes und der Bahnbelastungen durch ein schiefstehendes Bahnführungselement soll zunächst der betrachtete Bahnführungsabschnitt skizziert werden.

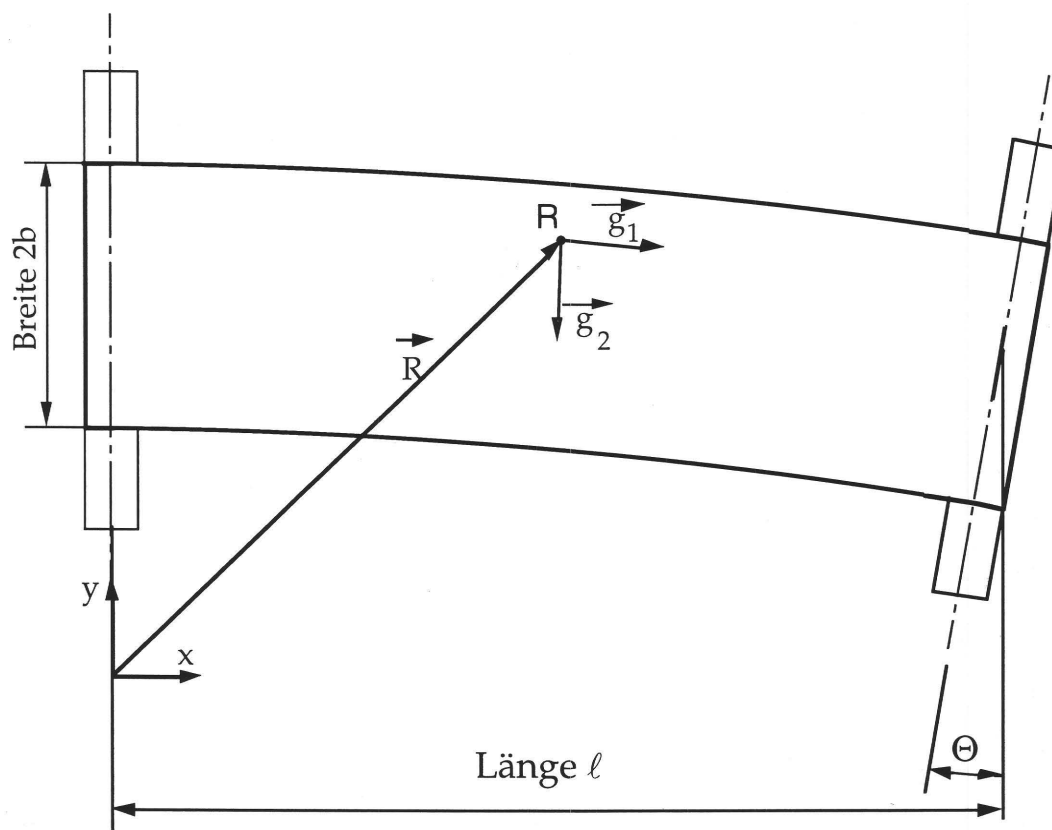


Abbildung 2.1 Skizze eines Bahnführungsabschnittes mit auslaufseitig schiefstehendem Bahnführungselement

Ausgangspunkt der kontinuumsmechanischen Betrachtung sind die Erfahrungssätze von der Erhaltung der Masse und des Impulses. Für das Problem bietet sich die Eulersche (raumfeste) Betrachtungsweise an, da die Vorgänge an einer festen Maschinenposition und nicht die Belastungsgeschichte der einzelnen Bahnteilchen interessieren.

Für materielle Teilchen an den betrachteten raumfesten Punkten lautet /42/

die Kontinuitätsgleichung
$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

und die Impulsgleichungen
$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \rho K_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}. \quad (2.2)$$

Zusätzlich werden noch die Beziehungen zwischen den Geschwindigkeiten, den Verschiebungen und den Spannungen über die Formulierung eines Materialmodells benötigt.

2.1. Kontinuitätsgleichung

Aus der vorausgesetzten Massenerhaltung (Vor. 1) kann man allgemein zeigen, daß das Volumen und somit die Dichte eine Funktion des Verzerrungszustandes ist. Dazu werden die Seitenkanten einer viereckigen Elementarscheibe mit konstanter Dicke (=Elementarwürfel) betrachtet. Unter Belastung werden sich die Seitenkanten verlängern und (in der Ebene) bewegen. Mathematisch wird der Vergleich der aktuellen Lage einer Seitenkante mit der Ausgangslage über eine Transformation erzielt. Führt man die Transformation für zwei mit einer Ecke verbundenen Seitenkanten durch, erhält man eine Transformationsmatrix, deren Funktionaldeterminante der Flächenvergrößerung bzw. allgemein der Volumenvergrößerung des Körpers entspricht. Diese wird als Jacobi-Determinante bezeichnet [3]. Führt man die Jacobi-Determinante J in die Massenbilanz ein

$$\rho_0 dV_0 = \rho dV = \rho J dV_0,$$

erhält man die aktuelle Dichte als Funktion der Ausgangsdichte und der Deformation

$$\rho = \frac{\rho_0}{J}. \quad (2.3)$$

Somit wird aus der Kontinuitätsgleichung (2.1) eine Geschwindigkeits- Verformungsbeziehung

$$-\frac{1}{J} \frac{DJ}{Dt} + \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.4)$$

in der der bezogene zeitlich veränderliche Abstand benachbarter Bahnteilchen durch ihre Geschwindigkeitsunterschiede beschrieben wird.

An dem raumfesten Ort \vec{R} bestimmt sich die Geschwindigkeit des zu diesem Zeitpunkt an diesem Ort befindlichen Teilchens zu

$$\vec{v}(\vec{x}, t) = \frac{D \vec{R}(t)}{Dt}. \quad (2.5)$$

Ist das Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}(\vec{x}, t)$ für die untersuchten raumfesten Punkte \vec{x} einheitlich, so liegt eine reine Translationsbewegung vor. Im anderen Fall führt eine Geschwindigkeitsdifferenz zwischen zwei benachbarten Punkten zu einer Längen-

änderung des momentanen Abstandes und/oder zu einer Verdrehung. Die augenblickliche örtliche Geschwindigkeitsdifferenz läßt sich durch den Geschwindigkeitsgradienten v_{ij} ausdrücken

$$v_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j}, \quad (2.6)$$

der üblicherweise /42/ in einen symmetrischen Anteil, den Dehnungsgeschwindigkeitstensor e_{ij}

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad (2.7)$$

und den antimetrischen Anteil, den Drehgeschwindigkeitstensor Ω_{ij} ,

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.8)$$

aufgespalten wird. Einsetzen der Beziehung (2.7) in (2.4) liefert

$$\frac{1}{J} \frac{DJ}{Dt} = e_{ii}. \quad (2.9)$$

In der Kontinuumsmechanik wird häufig als Vereinfachung inkompressibles Materialverhalten angenommen. Diese Vereinfachung bedeutet in (2.9), daß

$$\frac{DJ}{Dt} = 0$$

ist. Die meisten Bedruckstoffe reagieren auf Zugbelastung mit einer Volumenvergrößerung, die bei den üblichen Längsdehnungen <1% eine Vernachlässigung rechtfertigen könnten. Für die beabsichtigte allgemeine Ableitung wird auf die Einführung der Vereinfachung verzichtet.

2.2. Materialbezogene Betrachtung

In (2.9) ist die Spur des Dehnungsgeschwindigkeitstensors (2.7) in dem raumfesten, maschinengebundenen Koordinatensystem bestimmbar. Die Jacobi-Determinante wird aus der Änderung der Geometrie von benachbarten Punkten der Materialbahn

berechnet. Das heißt, daß die Jacobi-Determinante eine Zustandsgröße der bewegten Materialbahn ist. Dementsprechend ist diese Geometriegröße in einem materialgebundenen Koordinatensystem zu bestimmen.

Der Verzerrungszustand berechnet sich aus der Längenänderung der Seitenkanten des im Referenzzustand vorausgesetzten Elementarvierecks mit konstanter Dicke und deren Winkeländerung zueinander. Zur Definition des materiellen Koordinatensystems werden drei Eckpunkte des Elementarvierecks gewählt und mit den Koordinaten ξ^i bezeichnet. Die Koordinaten ξ^i kann man auch als Namen eines Teilchens auffassen. Die Basisvektoren g_i sind die Verbindungen der benachbarten Teilchen ξ^i und entsprechen den Seitenkanten des Elementarvierecks. In dem materiellen Koordinatensystem ist es somit möglich, die Position der Bahnteilchen zueinander zu bestimmen. Die Lage der Bahnteilchen in der Maschine erfordert die Kenntnis der Position eines Bahnteilchens. Diese kann mit einem Zeigervektor, der vom Koordinatenursprung des raumfesten Koordinatensystems auf ein bestimmtes Bahnteilchen zeigt, wie folgt bestimmt werden

$$\vec{R}(\vec{t}) = (x_0(\xi, t_0) + u_x(\xi, t_0, t)) \vec{e}_x + (y_0(\xi, t_0) + u_y(\xi, t_0, t)) \vec{e}_y. \quad (2.10)$$

Betrachtet man die Zeigervektoren \vec{R} von benachbarten Bahnteilchen, erhält man deren augenblickliche Position in der Maschine. Der Verbindungsvektor im raumfesten Koordinatensystem zweier benachbarter Bahnteilchen zu einem Zeitpunkt sei $(ds)_i$, und der Verbindungsvektor in der Ausgangslage sei $(ds)_{0i}$. Die Transformation von $(ds)_{0i}$ auf $(ds)_i$ leistet der Deformationsgradient F_{ij}

$$(ds)_i = F_{ij} (ds)_{0j}. \quad (2.11)$$

Ist die Ausgangslage der unverformte Zustand, bei dem die Seitenkanten deckungsgleich mit den Einheitsvektoren des raumfesten Koordinatensystems sind, stimmen dementsprechend auch die Basisvektoren in den beiden Koordinatensystemen überein

$$(g_0)_i = e_i. \quad (2.12)$$

Der Verbindungsvektor $(ds)_i$ läßt sich nach der Definition der materiellen Koordinaten auch in dem materiellen Koordinatensystem darstellen

$$ds_i = d\xi^i g_i, \quad (2.13)$$

ebenso die Ausgangskonfiguration

$$(ds_0)_i = d\xi^i (g_0)_i. \quad (2.14)$$

Einsetzen der Beziehungen in die Gleichung (2.11) liefert die Transformationsvorschrift

$$g_i = F_{ij} e_j, \quad (2.15)$$

die ausgeschrieben folgende Form annimmt

$$\begin{pmatrix} \vec{g}_1 \\ \vec{g}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{\partial u_y}{\partial x} \\ \frac{\partial u_x}{\partial y} & 1 + \frac{\partial u_y}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{e}_x \\ \vec{e}_y \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

wobei nach Voraussetzung (Gl. 2.12) die Länge der Seitenkanten die Größe dx bzw. dy haben.

Aus der Transformationsbeziehung entnimmt man, daß die materiellen Basisvektoren \vec{g}_i keine Einheitsvektoren sind. Das materielle Koordinatensystem ist zeitabhängig und bei von Null verschiedenen Nebendiagonalelementen schiefwinkelig und nicht orthogonal. Für die Ausgangskonfiguration zum Zeitpunkt t_0 wird i. a. der spannungslose unverzerrte Zustand festgelegt, so daß die materiellen Basisvektoren die Information über die augenblickliche Drehung in der x-y-Ebene und die augenblickliche Verzerrung jedoch nicht über die Verformungsgeschichte beinhalten.

Zur Aufspaltung des Deformationsgradienten in einen Verzerrungs- und einen Rotationsanteil dient in der Theorie der endlichen Verformungen die polare (multiplikative) Zerlegung in einen Rotationstensor und einen Verzerrungstensor.

Dieser im weiteren recht aufwendige Weg vereinfacht sich, wenn man bei dem zu untersuchenden Problem die Verzerrungen geometrisch linearisieren kann. Ob dieses möglich ist, kann man klären, wenn man die Länge der Basisvektoren und den Cosinus des eingeschlossenen Winkels über die Bildung des Skalarproduktes der beiden Basisvektoren berechnet. Der gebildete Tensor g_{ij}

$$g_{ij} = g_i \cdot g_j \quad (2.17)$$

enthält die Informationen über die Geometrieänderung und wird deshalb allgemein als Metriktensor bezeichnet.

Zieht man von den berechneten (quadratischen) Längen die Ausgangslänge ab, erhält man einen Verzerrungstensor, der allgemein als Lagrangescher Verzerrungstensor (λ_{ik})

$$\lambda_{ik} = \frac{1}{2} (g_{ik} - \delta_{ik}) \quad (2.18)$$

$$\lambda_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right)$$

bezeichnet wird. LODGE /25/ nennt den oben definierten Lagrangeschen Verzerrungstensor (λ_{ik}) auch "convective strain tensor", den man additiv aufspalten kann. Für das gestellte Problem kann man einen Zwischenzeitpunkt t_E definieren, an dem das Bahnelement das einlaufseitige Bahnführungselement passiert hat. Einführungen des Zwischenzeitpunktes bedeutet für den Lagrangeschen Verzerrungstensor

$$\lambda_{ik} = \frac{1}{2} (g_{ik}(t) - g_{ik}(t_E)) + \frac{1}{2} (g_{ik}(t_E) - \delta_{ik}) , \quad (2.19)$$

daß man zur Beschreibung des Problems nicht zwingend den spannungslosen Ausgangszustand und -zeitpunkt der Materialbahn kennen muß, sondern es reicht, die Verzerrung im Einlauf des betrachteten Bahnführungsabschnittes zu kennen.

Unter der geometrischen Linearisierung versteht man die Vernachlässigung der quadratischen Glieder der Verschiebungsgradienten in dem Lagrangeschen Verzerrungstensor (2.17). An Hand praxisüblicher maximaler Bahndehnungen von ca. 1% bei Papier kann man die Vernachlässigung der quadratischen Glieder rechtfertigen. Dazu kommt noch die Tatsache, daß an den Bahnführungselementen nicht die Bahndehnung komplett auf- oder abgebaut wird, sondern sich nur in geringen Grenzen in Abhängigkeit der Bauform und des Betriebszustandes des Bahnführungselementes ändert.

Durch die geometrische Linearisierung erhält man den infinitesimalen Lagrangeschen Verzerrungstensor, der näherungsweise mit dem klassischen Dehnungstensor in den raumfesten Koordinaten übereinstimmt. Weiterhin kann man die polare Zerlegung des Deformationstensors /3/ auf eine additive Aufspaltung in

Dehnungstensor und Drehtensor ersetzen (analog zu der Aufspaltung des Geschwindigkeitsgradienten)

$$F_{ij} = \delta_{ij} + \epsilon_{ij} + \omega_{ij}. \quad (2.20)$$

Berechnet man die Jacobi-Determinante (J) mit dem linearisierten Deformationsgradienten

$$J = \det(F_{ij}) = (1 + \epsilon_{11})(1 + \epsilon_{22}) - (\epsilon_{12}^2 - \omega_{12}^2), \quad (2.21)$$

kann man in der gewonnenen Beziehung das Quadrat der Schubspannungen ϵ_{12}^2 und der Starrkörperrotation ω_{12}^2 wegen den als klein vorausgesetzten Verzerungen vernachlässigen, und somit auch die Differenz, womit die Kontinuitätsgleichung die Form annimmt

$$\frac{1}{(1 + \epsilon_{11})(1 + \epsilon_{22})} \frac{D((1 + \epsilon_{11})(1 + \epsilon_{22}))}{Dt} = e_{ii}, \quad (2.22)$$

die in der Literatur über den Bahntransport /5, 44/ angegeben wird.

Da die Schubverzerrungen als sehr klein angenommen wurden, kann man folglich auch ansetzen, daß die Transformation von dem raumfesten auf das materielle Koordinatensystem durch eine orthogonale Transformation, d. h. durch eine reine Rotation des Koordinatensystems, erfolgt. Für orthogonale Transformationen ist die Spur des Deformationsgradienten e_{kk} eine Invariante, so daß die Spur in beiden Koordinatensystemen den selben Wert hat.

Die materielle Zeitableitung läßt sich noch weiter auflösen, in dem man die Differentiation des Produktes ausführt und die Differentiation des Logarithmus beachtet. So erhält man in dem gedrehten Koordinatensystem, das im folgenden mit einem Stern gekennzeichnet wird, die folgende Beziehung:

$$\frac{D(\ln(1 + \epsilon_{11}^*))}{Dt} + \frac{D(\ln(1 + \epsilon_{22}^*))}{Dt} = e_{kk}^* \quad (2.23)$$

Die Hauptdiagonalelemente des Dehngeschwindigkeitstensors entsprechen der auf die aktuelle Länge bezogenen Längenänderung eines in dieser Richtung liegenden Linienelementes. Aufgrund der angenommenen Orthogonalität (Hauptachsensystem) führt die Gleichung (2.23) auf zwei voneinander unabhängige Gleichungen,

die mittels der Reihenentwicklung des Logarithmus /8/ durch Abbruch nach den linearen Gliedern weiter vereinfacht werden können

$$\frac{D\varepsilon_{11}^*}{Dt} = e_{11}^* \quad (2.24)$$

$$\frac{D\varepsilon_{22}^*}{Dt} = e_{22}^* \quad (2.25)$$

Um das System der Beziehungen zwischen Dehngeschwindigkeit und Dehnung vollständig anzugeben, muß auch ein Zusammenhang zwischen den Schubdehnungen und den Nebendiagonalelementen des Dehngeschwindigkeitstensors formuliert werden. BETTEN leitet die materielle zeitliche Änderung des Dehnungstensors ab /3/, so daß für die angenommenen kleinen Verzerrungen in allgemeiner Weise auch für Nichthauptachsensysteme

$$\frac{D\varepsilon_{ij}}{Dt} = e_{ij} \quad (2.26)$$

die Aussagen aus der Kontinuitätsbetrachtung bestätigt werden, und man erhält zusätzlich die fehlende Beziehung für die materielle zeitliche Änderung der Schubdehnung

$$\frac{D\varepsilon_{12}}{Dt} = e_{12}. \quad (2.27)$$

Die materielle zeitliche Änderung des Drehtensors ω_{ij} bei den angenommenen kleinen Verdrehungen führt auf analogem Weg zu dem Drehgeschwindigkeitstensor Ω_{ij}

$$\frac{D\omega_{ij}}{Dt} = \Omega_{ij}. \quad (2.28)$$

An Hand der Gleichungen sieht man, daß bei kleinen Verzerrungen und Rotationen die zeitliche Änderung des geometrisch linearisierten Verzerrungstensors ε_{ij} gleich dem Dehngeschwindigkeitstensor e_{ij} und die zeitliche Änderung des Drehtensors ω_{ij} gleich dem Drehgeschwindigkeitstensor Ω_{ij} gesetzt werden kann.

2.3. Bewegungsgleichungen

Ausgehend von der allgemeinen Form der Bewegungsgleichungen (2.2) und den getroffenen Voraussetzungen sind noch weitere Vereinfachungen zu diskutieren.

Die Gewichtskraft ist von vorneherein bei den betrachteten Materialbahnen wegen der geringen Flächengewichte klein. Zusätzlich soll sie senkrecht zur Bahnebene stehen, so daß ihr Einfluß wie auch der Einfluß weiterer möglicher masseabhängiger Volumenkräfte vernachlässigt wird.

Äußere Lasten durch direkte Bahnbelastung in dem freien Bahnführungsabschnitt sind nicht zu erwarten, da zwischen den betrachteten Bahnführungselementen keine weiteren Bahnführungselemente mit der Materialbahn in Kontakt treten.

Bahnbelastungen aus der Wechselwirkung mit der umgebenden Luft werden als vernachlässigbar klein angenommen. Diese Annahme gilt nach CHANG und MORETTI /9/ für Materialbahnen außerhalb von Durchführkanälen. Zusätzlich soll die Bahnzugskraft groß genug sein, um einen Bahndurchhang vernachlässigbar klein zu halten (Vor. 5, ebene Bahn).

Weiterhin ist bei der Problemstellung anzusetzen, daß im angenommenen quasi-stationärem Betrieb aufgrund der geringen Masse der transportierten Materialbahn und der kleinen materiellen zeitlichen Geschwindigkeitsänderungen, die Trägheitsterme vernachlässigt werden können, wie BRANDENBURG /5/ mit praxisüblichen Werten abschätzte.

Somit reduzieren sich die Bewegungsgleichungen

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (2.29)$$

auf eine geschwindigkeitsunabhängige Form.

3. Materialbeziehungen

In den bisher abgeleiteten Beziehungen sind nur geometrische Verhältnisse der benachbarten Bahnteilchen und deren Kraftwirkungen aufeinander berücksichtigt. Der Zusammenhang zwischen den Spannungen und den Dehnungen bzw. den Dehngeschwindigkeiten muß über ein Materialmodell formuliert werden.

Es gibt in der Drucktechnik eine Vielzahl von verwendeten Bedruckstoffmaterialien. Der am häufigsten verwendete Bedruckstoff ist Papier. Papier ist ein Faserverbund aus einzelnen Fasern, die sich bei der Papierherstellung in der Papiermaschine hauptsächlich in der Laufrichtung der Papiermaschine ausrichten. Der Zusammenhalt der einzelnen Papierfasern mit ihren Nachbarfasern wird über Wasserstoffbrücken /43/ erzielt. Zusätzlich sind in dem Fasergefüge noch Hilfs- und Füllstoffe gebunden, die die Eigenschaften des Papiers sowohl in mechanischer (runability) als hauptsächlich in drucktechnischer Hinsicht (printability) beeinflussen.

STOCKHAUSEN /43/ gibt in seiner Arbeit einen Überblick über die gängigen Materialmodelle von Papier. Neben den aus mechanischen Grundelementen (Feder, Dämpfer, Reibkörper) aufgebauten Materialmodellen wurden die Fasereigenschaften und die Wechselwirkungen über Wasserstoffbrücken mit den Nachbarfasern beschrieben. Diese mikroskopische Formulierung betrachtet die Einflüsse im Bereich bis max. 100 nm. Weiterhin erwähnt STOCKHAUSEN Modelle, die Papier als ein Laminat aus verschiedenen mechanisch sich unterschiedlich verhaltenden Schichten beschreiben. SCHAFFRATH /34/ modellierte das Kompressionsverhalten von Papieren in z-Richtung mit einem 3-Schichtenmodell. Die Kernschicht bestimmt nach seinen Untersuchungen die Widerstandsfähigkeit der Papiere, während die Randschichten mit ihren Oberflächenrauigkeiten sich leicht unter Druckbeanspruchung verformen.

Für Belastungen in der Materialebene formuliert STOCKHAUSEN /43/ ein komplexes Nachgiebigkeitsmodell im Frequenzbereich. Die komplexen Nachgiebigkeiten berechnen sich aus den Antworten im Frequenzbereich verschiedener Maxwellkörper, die im Zeitbereich mit einer sprunghaften Belastung beaufschlagt werden. Die komplexe Nachgiebigkeit im Frequenzbereich (J^*) eines einzelnen Maxwellkörpers wird um einen Parameter erweitert, wodurch man ein kontinuierliches mechanisches Spektrum beschreiben kann. Die erhaltene Gleichung wird als Cole-Cole-Prozeß

bezeichnet. STOCKHAUSEN beschränkte seine experimentellen dynamischen Untersuchungen auf Anregungsfrequenzen $0 < f < 20$ Hz. Für den untersuchten Frequenzbereich bestimmte er die Verlustwinkel δ mit $\tan \delta = \text{Im}(J^*) / \text{Re}(J^*)$ von $1,6^\circ < \delta < 6^\circ$.

Mit einer Papierprüfmaschine (Zugversuche) führte PAETOW umfangreiche Untersuchungen verschiedener Papiere durch, wobei er auch weitere nicht in der DIN 53112 (Zugversuch) festgelegte Größen, z. B. den "initialen Elastizitätsmodul", bestimmte. PAETOW /32/ bestimmte schon bei geringen Dehnungen $\epsilon \approx 2\%$ viskoelastische und plastische Anteile, die allerdings seiner Meinung nach bei praxisnahen Untersuchungen vernachlässigt werden können. In einer früheren Arbeit untersuchte PAETOW /30/ die mehrachsige Formulierung eines Materialgesetzes für Papier. Er zeigte das anisotrope Verhalten von Papieren auf, wobei er auf Grund der ausgeprägten Richtungsabhängigkeit die Formulierung auf ein orthotropes (**orthogonal anisotrop**) Materialgesetz begrenzte. In einer weiteren Veröffentlichung /31/ sind von PAETOW meßtechnisch bestimmte Werte für die Querkontraktionszahlen von verschiedenen Papieren angegeben.

NEUSER und HARS /27/ zeigten, daß bei der in Rollenrotationsdruckmaschinen und für diese Untersuchung anzunehmenden Bahnzugskraftdifferenzen an Bahnführungselementen und den kurzen Durchlaufzeiten durch die freien Bahnführungsabschnitte keine hohen Frequenzen angeregt werden. Weiterhin kann man aus den Untersuchungen von STOCKHAUSEN und PAETOW schließen, daß die viskoelastischen Anteile vernachlässigt werden können.

Die Diskussion der Materialmodelle von Papier zeigt, daß man mit einem orthotropen, linear elastischen Materialgesetz die Vorgänge in den Bahnführungsabschnitt hinreichend genau beschreiben kann. In allgemeiner Tensorschreibweise lautet das Materialgesetz,

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (3.1)$$

das sich für den betrachteten zweidimensionalen Fall und dem gewählten orthotropen Materialverhalten anschaulich in einer Matrixdarstellung aufschreiben läßt

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{E_x}{1-\nu_x\nu_y} & 0 & 0 & \frac{E_x\nu_y}{1-\nu_x\nu_y} \\ 0 & 2G_{xy} & 2G_{xy} & 0 \\ 0 & 2G_{xy} & 2G_{xy} & 0 \\ \frac{E_y\nu_x}{1-\nu_x\nu_y} & 0 & 0 & \frac{E_y}{1-\nu_x\nu_y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yy} \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

In Gleichung 3.2 sieht man, daß zur Beschreibung des Materialverhaltens fünf Parameter angesetzt werden. Diese sind jedoch nicht alle frei wählbar, da untereinander Abhängigkeiten zu beachten sind.

Betrachtet man sich einen orthotropen Zugstab, so wird dieser unter einem Längszug eine Längs- und Querdehnung erfahren. Bringt man an den Seitenkanten des Zugstabes eine Belastung auf, so erfährt dieser eine Querdehnung und eine Längsdehnung. Sind die Dehnungen aufgrund des Längszuges gleich denen der Querbela-
stung auf den Seitenkanten, so leisten die Spannungen an den zugeordneten Ver-
zerrungen die gleiche Arbeit. Aus diesem Ansatz gewinnen ESCHENAUER und
SCHNELL /16/ die Forderung $E_x\nu_y = E_y\nu_x$. Dieses entspricht der Symmetriebedin-
gung des Elastizitätstensors C_{ijkl} .

ESCHENAUER und SCHNELL geben für den Schubmodul G_{xy} die Definitionsglei-
chung

$$G_{xy} = \frac{E_x E_y}{E_x + \left(1 + 2\nu_{xy}\right) E_y}$$

an. Zur Bestimmung des Schubmoduls muß der Parameter ν_{12} aus Torsionsversu-
chen bestimmt werden. Falls dies nicht möglich ist, gewinnen ESCHAUER und
SCHNELL eine Näherungsgleichung des Schubmoduls

$$G_{xy} = \frac{\sqrt{E_x E_y}}{2\left(1 + \sqrt{\nu_x \nu_y}\right)}, \quad (3.3)$$

die aus den Mittelwerten der elastischen Kenngrößen E_x, E_y, ν_x und ν_y gebildet
wird /3, 49/. Durch die Näherungsgleichung des Schubmoduls und der Symmetrie
des Elastizitätstensors sind zur Beschreibung des Materialverhaltens drei unabhän-
gige Parameter notwendig. Der Elastizitätsmodul (E_x) und die Querkontraktionszahl

(v_x) in Laufrichtung lassen sich relativ einfach auch in der (Versuchs-) Druckmaschine meßtechnisch bestimmen, wie im weiteren gezeigt wird (Kap. 3.2.). Für Modellrechnungen kann man die Zahlenwerte für die Parameter der Literatur über Papierprüfungen /z. B. 28, 30, 31, 32, 34/ entnehmen.

Die Werte der Parameter Elastizitätsmodul (E_x) und die Querkontraktionszahl (v_x) in Laufrichtung sind in gewissen Grenzen von den Herstell- und Lagerungsbedingungen abhängig. Durch Veränderung der Parameterwerte kann der Einfluß von verschiedenen Herstell- und Lagerungsbedingungen sowie verschiedener Temperatur- und Feuchtigkeitsniveaus untersucht werden.

Für Untersuchungen kann man unterstellen, daß das Verhältnis der Materialparameter von Längs- und Querrichtung nahezu konstant ist. Dieser Gedankengang führt auf die Formulierung des Orthotropiegrades z^4 als dritten freien Parameter

$$z^4 = \frac{E_y}{E_x}, \quad (3.4)$$

der im Vorgriff auf Gleichung 4.2 derart definiert wird.

3.1. Übergang zum raumfesten Koordinatensystem

Das Materialmodell ist voraussetzungsgemäß in dem materiellen Koordinatensystem über die Geometrieänderung von Nachbarpartikeln zueinander und den wirkenden Belastungen definiert. Ziel der Modellbildung war aber die Untersuchung an einer Position in der Rollenrotationsmaschine, also in einem maschinengebundenen, ortsfesten Koordinatensystem. Deshalb ist die Transformation des Materialmodells in das maschinengebundene Koordinatensystem zu formulieren.

Aus den Betrachtungen zur Kontinuitätsgleichung wurde keine Verformungs-Dehnungsbeziehung sondern die Beziehung zwischen den materiellen zeitlichen Ableitungen der Dehnungen und dem Dehnungsgeschwindigkeitstensor gewonnen. Es ist ohne weiteres möglich, das gewonnene Materialgesetz unter der Voraussetzung konstanter Materialparameter in dem materiellen Koordinatensystem, das zur Kenntlichmachung mit einem Sternchen gekennzeichnet ist, zeitlich abzuleiten. Die in der zeitlichen Ableitung des Materialgesetzes

$$\frac{D\sigma_{ij}^*}{Dt} = C_{ijkl}^* \frac{D\epsilon_{kl}^*}{Dt} \quad (3.5)$$

enthaltenen zeitlichen Ableitungen der Dehnungen sind wegen der Gleichungen (2.24, 2.25, 2.27) gleich dem Dehnungsgeschwindigkeitstensor im materiellen Koordinatensystem. Die rechte Seite der erhaltenen Materialgleichung

$$\frac{D\sigma_{ij}^*}{Dt} = C_{ijkl}^* e_{kl}^* \quad (3.6)$$

kann unter der Annahme von zeitlich konstanten Materialparametern in das raumfeste Koordinatensystem transformiert werden. Die Transformation zwischen dem raumfesten und dem materiellen Koordinatensystem kann als Starrkörperrotation angenähert werden. Mittels der Drehmatrix (ω_{ik}), die aus dem Deformationsgradienten gewonnen wird (Gl. 2.21), können dann die zeitlichen Spannungsänderungen in das raumfeste Koordinatensystem (System ohne Stern) transformiert werden. Dabei ist zu beachten, daß die Drehmatrix, wie schon zu Gleichung (2.13) ausgeführt, zeitlich veränderlich ist. Die zeitliche Ableitung der Transformation

$$\frac{D(\omega_{ik} \omega_{jl} \sigma_{kl})}{Dt} = C_{ijkl} e_{kl} \quad (3.7)$$

zeigt SPURK /42/ und gewinnt die sogenannte Jaumannsche Zeitableitung (Kennzeichen: ∇)

$$\sigma_{ij}^{\nabla} = C_{ijkl} e_{kl}, \quad (3.8)$$

die ausgeschrieben und aufgelöst auf die lokale zeitliche Änderung des Spannungstensors führt

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = C_{ijkl} e_{kl} - \left[v_p \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_p} + \sigma_{pj} \Omega_{ip} + \sigma_{ip} \Omega_{pj} \right]. \quad (3.9)$$

Aus der Gleichung 3.9 ist ersichtlich, daß bei kleinen Starrkörperrotationen und Rotationsgeschwindigkeiten die zeitliche Änderung der Spannungen durch die Materialparameter und den Dehnungsgeschwindigkeitstensor berechnet werden kön-

nen

$$\frac{D\sigma_{ij}}{Dt} = \frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial t} + v_p \frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_p} = C_{ijkl} e_{kl}. \quad (3.10)$$

Liegt im Gegensatz zu der vereinfachten Annahme einer reinen Rotation zusätzlich noch eine zu beachtende Dehnung des Bahnmaterials vor, muß in der Transformationsmatrix dieses noch beachtet werden. Ausführlich wird diese Gewinnung der verschiedenen sich dann ergebenden Zeitableitungen von EBERT /15/ gezeigt und diskutiert.

3.2. Experimentelle Bestimmung der Materialparameter

Für die verwendeten bahnförmigen Bedruckstoffe werden von den Herstellern nur wenige Materialkennwerte angegeben. I. d. R. ist das Flächengewicht und die Mindestreißfestigkeit bekannt, die jedoch keine direkten Rückschlüsse auf das Dehnungsverhalten erlauben.

Andererseits sind einige Papierprüfverfahren in die Normenwerke aufgenommen worden (DIN 53 112 /12/ Zugversuch, DIN 53 121 /13/ Biegesteifigkeit nach der Balkenmethode, DIN 53 123 /14/ Bestimmung der Biegesteifigkeit – Resonanzlängenverfahren), um im Einzelfall vergleichende Prüfbedingungen zu gewährleisten. Labormessungen von Papierproben weisen regelmäßig eine Bandbreite von $\pm 5\%$ in den Meßergebnissen auf. Diese Streuung in den Meßwerten ist mit dem unregelmäßigen Faseraufbau und teilweise durch fertigungsbedingte Faktoren erklärbar. Die Streuung der Materialparameter von angelieferten Bedruckstoffmaterialien dürfte wesentlich größer angesetzt werden. Deshalb wird von Druckmaschinenbetreibern immer wieder der Wunsch geäußert, die Materialeigenschaften in der Druckmaschine online zu bestimmen.

In neuerer Zeit wird versucht, mit Ultraschall die Bahnzustandsgrößen zu messen /28/. Durch die Vielzahl der das Meßsignal beeinflussenden Parameter (z. B. Dichte des Bedruckstoffes, Feuchtigkeit, Dehnung, Materialstärke) sind die Ergebnisse für eine breite industrielle Anwendung zu ungenau (PAETOW /30/) und der Meßaufbau und die materialspezifische Eichung zu aufwendig.

Ein Verfahren zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls E_x in Laufrichtung an laufenden Bahnen, das erstmals von BELAU und SCHEUTER /2/ umgesetzt wurde, nutzt die in einer Rollenrotationsdruckmaschine vorhandenen Meßaufnehmer für die

Bahnzugskraft und die Bahngeschwindigkeit. Aufbauend auf dem Verfahren von BELAU und SCHEUTER wurde ein Verfahren entwickelt, den Elastizitätsmodul E_x und die Querkontraktionszahl ν_x infolge des Bahnzuges meßtechnisch zu bestimmen.

Zur Ableitung der Bestimmungsgleichungen für die Materialparameter Elastizitätsmodul in Bahnlaufrichtung (E_x) und der Querkontraktionszahl (ν_x) infolge einer Längsdehnung wird angenommen, daß die Materialbahn unter einer über die Bahnbreite homogenen Zugkraft steht. Ist der Bahntransport, der im weitesten Sinne als eine Strömung eines elastischen Festkörpers angesehen werden kann, bereichsweise über die Bahnbreite konstant, kann man den Bahntransport mit der aus der Strömungslehre bekannten Stromfadentheorie berechnen.

Der Stromfadentheorie liegt die Annahme zu Grunde, daß man das gesamte Strömungsgebiet als einzige Stromröhre darstellen kann, und daß das Verhalten der Strömung durch ihr Verhalten auf einer mittleren Stromröhre charakterisiert ist. Die Strömungsgrößen sind in dieser Beschreibungsweise nur Funktionen der Weglänge "x" und der Zeit "t". Diese Annahme muß nicht im gesamten Strömungsgebiet erfüllt sein, sondern nur für die Abschnitte der Strömung, die man als quasi-eindimensionale Strömung berechnen kann. Unter den getroffenen Vereinfachungen lautet die Kontinuitätsgleichung für einen Bahnführungsbereich /42/

$$\int_0^{\ell} \frac{\delta \rho}{\delta t} A \, dx + \int_0^{\ell} \rho \frac{\delta A}{\delta t} \, dx + \rho_{i-1} v_{i-1} A_{i-1} - \rho_i v_i A_i = 0. \quad (3.11)$$

Die Integrale über den Bahnweg berücksichtigen instationäre Vorgänge, die durch Änderungen in den Bahnzustandsgrößen oder das sich ändernde Bahnmaterial hervorgerufen werden. In Rollenrotationsdruckmaschinen kann man während der Produktion von einem quasistationären Betrieb ausgehen, bei dem die Bahnzustandsgrößen nur geringsten Schwankungen unterworfen sind. Die Änderungen der Materialparameter Ausgangsdichte und Bahnbreite sind bei der heutigen Fertigungsqualität im statistischen Mittel auch von geringer Größenordnung. Die daraus resultierende Vernachlässigung der Integrale führt auf die Kontinuitätsgleichung in der einfachen Form

$$\rho_{i-1} v_{i-1} A_{i-1} = \rho_i v_i A_i, \quad (3.12)$$

in der man durch Ersetzen der aktuellen Dichte und der aktuellen Bahnbreite durch ihre Ausgangsgrößen (Gleichungen: 2.3, 2.21)

$$\rho = \frac{\rho_0}{(1+\epsilon_x)(1+\epsilon_y)}$$

$$A = \frac{A_0}{1+\epsilon_y}$$

auf die bekannte Formulierung /27/ der stationären Kontinuitätsgleichung für den Bahntransport

$$\frac{v_i}{1+\epsilon_{x_i}} = \frac{v_{i-1}}{1+\epsilon_{x_{i-1}}} \quad (3.13)$$

geführt wird. Die meßtechnische Umsetzung der Gleichung fordert die Messung der Bahngeschwindigkeiten und der Bahnlängsdehnungen an zwei Stellen der Bahnführung. Die Bahndehnung ist an laufenden Bahnen nicht oder nur in Spezialfällen mit großem Aufwand meßbar (z. B. durch Vermessen von aufgebrachten Liniennmustern mit optischen Sensoren). Andererseits ist die Bahndehnung über das linear elastische Materialgesetz (3.1) aus der Bahnzugskraft berechenbar. Unter Beachtung der ideal anzunehmenden einachsigen Belastung ergibt sich aus (3.1) das einachsige Hookesche Gesetz

$$\sigma_x = \frac{F_x}{A_0} = E_x \epsilon_x. \quad (3.14)$$

Ist der Wert des Elastizitätsmoduls unabhängig von der Belastung und zeitlich konstant, ergibt das Einsetzen des Materialmodells (3.14) in die stationäre Lösung (3.13) eine Bestimmungsgleichung für den Elastizitätsmodul in Längsrichtung aus den Meßwerten der Meßstellen "i-1" und "i"

$$E_{x_{i-1,i}} = \frac{\frac{F_i}{A_0} - \left[\frac{F_{i-1}}{A_0} \frac{v_i}{v_{i-1}} \right]}{\frac{v_i - v_{i-1}}{v_{i-1}}}, \quad (3.15)$$

die mit den folgenden dimensionslosen Größen

$$\kappa_{i-1,i} = \frac{v_i}{v_{i-1}} - 1 \quad (3.16)$$

$$\Phi_{i-1,i} = \frac{F_i}{F_{i-1}} - 1 \quad (3.17)$$

anschaulicher wird

$$E_{x_{i-1,i}} = \frac{F_{i-1}}{b_0 s} \frac{\Phi_{i-1,i} - \kappa_{i-1,i}}{\kappa_{i-1,i}}. \quad (3.18)$$

Der Quotient der dimensionslosen Kenngrößen entspricht dem Kehrwert der Bahndehnung an der Stelle "i-1"

$$\epsilon_{x_{i-1}} = \frac{\kappa_{i-1,i}}{\Phi_{i-1,i} - \kappa_{i-1,i}}, \quad (3.19)$$

und mit Gleichung (3.13) ergibt sich für die Dehnung an der Stelle "i"

$$\epsilon_{x_i} = \frac{\kappa_{i-1,i}}{\Phi_{i-1,i} - \kappa_{i-1,i}} + \kappa_{i-1,i} \left(1 + \frac{\kappa_{i-1,i}}{\Phi_{i-1,i} - \kappa_{i-1,i}} \right). \quad (3.20)$$

In seinen experimentellen Untersuchungen stellt PAETOW /31/ fest, daß die Querkontraktionszahl bei Papieren nahezu konstant über der Längsdehnung ist. Somit können in der Definitionsgleichung der Querkontraktionszahl

$$v_x = \left| \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} \right| \quad (3.21)$$

die absoluten Dehnungswerte durch ihre Differenzen ersetzt werden

$$v_x = \left| \frac{\Delta \epsilon_y}{\Delta \epsilon_x} \right|. \quad (3.22)$$

Mit der Kenntnis der Ausgangsbahnbreite kann über die Breitenmessung der Materialbahn die Änderung der Querdehnung

$$\Delta \epsilon_y = \frac{b_i - b_0}{b_0} - \frac{b_{i-1} - b_0}{b_0} = \frac{b_i - b_{i-1}}{b_0} \quad (3.23)$$

bestimmt werden. Die Differenz der Längsdehnungen erhält man mit Gleichung (3.19) und (3.20)

$$\Delta \varepsilon_x = \kappa_{i-1,i} \left(1 + \frac{\kappa_{i-1,i}}{\Phi_{i-1,i} - \kappa_{i-1,i}} \right), \quad (3.24)$$

so daß sich zusammenfassend die Bestimmungsgleichung der Querkontraktionszahl

$$v_{x_{i-1,i}} = \frac{|b_i - b_{i-1}|}{\left| b_0 \kappa_{i-1,i} \left(1 + \frac{\kappa_{i-1,i}}{\Phi_{i-1,i} - \kappa_{i-1,i}} \right) \right|} \quad (3.25)$$

aus den Meßwerten ergibt.

Zur Ableitung der Anforderungen an den Meßaufbau und zur Abschätzung der erzielbaren Genauigkeit ist eine Fehlerabschätzung vorzunehmen. Der Gesamtfehler der allgemeinen Funktion H setzt sich aus der Addition der Einzelfehler zusammen. Der Einzelfehler ergibt sich aus der lokalen Steigung an dem Funktionswert mal dem anzunehmenden Meßfehler /8/

$$\Delta H = \sum_{i=1}^k \left(\Delta a_i \frac{\partial H(a_1, \dots, a_k)}{\partial a_i} \right). \quad (3.26)$$

Zur übersichtlichen Interpretation kann die relative Geschwindigkeitszunahme in der Bestimmungsgleichung für den Elastizitätsmodul (Gl. 3.18) im Zähler gegenüber der relativen Kraftzunahme und bei der Querkontraktionszahl (Gl. 3.25) im quadratischen Anteil vernachlässigt werden. Führt man auf die vereinfachten Gleichungen

$$E_{x_{i-1,i}} = \frac{F_{i-1}}{b_0 s} \frac{\Phi_{i-1,i}}{\kappa_{i-1,i}} \quad (3.27)$$

$$v_{x_{i-1,i}} = \frac{b_i - b_{i-1}}{b_0 \kappa_{i-1,i}} \quad (3.28)$$

die Fehlerabschätzung durch, erhält man die Gleichungen

$$\frac{\Delta E_{x_{i-1,i}}}{E_{x_{i-1,i}}} = \frac{\Delta F_{i-1}}{F_{i-1}} + \frac{\Delta b_0}{b_0} + \frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta \Phi_{i-1,i}}{\Phi_{i-1,i}} + \frac{\Delta \kappa_{i-1,i}}{\kappa_{i-1,i}} \quad (3.29)$$

$$\frac{\Delta v_{x_{i-1,i}}}{v_{x_{i-1,i}}} = \frac{\Delta(b_i - b_{i-1})}{b_i - b_{i-1}} + \frac{\Delta b_0}{b_0} + \frac{\Delta \kappa_{i-1,i}}{\kappa_{i-1,i}}, \quad (3.30)$$

aus denen zu entnehmen ist, daß die Genauigkeit der bestimmten Materialparameter im wesentlichen von der Größe der relativen Zunahmen der Bahnzugskraft, Bahnbreite und der -geschwindigkeit abhängt. Die Größenordnung der dimensionslosen Faktoren

$$\kappa_{i-1,i} \approx \Delta \epsilon_{x_{i-1,i}} \quad (3.31)$$

$$\Phi_{i-1,i} \approx \frac{\Delta \epsilon_{x_{i-1,i}}}{\epsilon_{x_{i-1,i}}} \quad (3.32)$$

ergibt sich aus der Eingangsdehnung und der Dehnungsdifferenz. Aus dieser Abschätzung sieht man, daß die relative Kraftzunahme ohne Schwierigkeiten im Prozentbereich eingestellt werden kann. Mit Bahnzugsmeßsystemen der industriellen Meßtechnik kann bei sorgfältiger Meßwerterfassung und -auswertung die erforderliche Genauigkeit erreicht werden.

Wesentlich kritischer ist die Ermittlung der relativen Zunahme der Bahngeschwindigkeit, die 2 Zehnerpotenzen kleiner als die relative Kraftzunahme ist. Zur Messung der Bahngeschwindigkeit wird üblicherweise die Drehzahl eines Bahnführungselementes bestimmt. Zur Erzielung der notwendigen Genauigkeiten in der Bestimmung der relativen Geschwindigkeitszunahme sind an die Bahnführungswalzen spezielle Anforderungen zu stellen, die ausführlich in der Versuchsstandsbeschreibung im Anhang diskutiert werden.

Mit einem Meßaufbau /27/ wurde mit eigenentwickelten, kombinierten Bahnzugs- und Bahngeschwindigkeitsmeßwalzen an verschiedenen Punkten der Bahnführung die Bahnzugskraft und die Bahngeschwindigkeit gemessen. Die optische Vermessung der Bahnbreite erfolgte an zwei Stellen. Aus den Meßwerten konnten die Materialparameter bestimmt werden. Die aus den Meßwerten bestimmten Werte des Elastizitätsmoduls stimmten mit Meßwerten, die extern an einer Papierzugprüfmaschine zu 4750 N/mm² bestimmt wurden, überein.

Für die Versuche stand ein Tiefdruckpapier mit einem Flächengewicht von 50 g/m^2 zur Verfügung. Die Bahngeschwindigkeit betrug 3 m/s bei einer Grundbahnzugs-kraft von 300 N/m , die während des Maschinenlaufs von Zugwerk zu Zugwerk auf 1000 N/m gesteigert wurde.

In den folgenden Diagrammen sind exemplarisch die Ergebnisse eines Versuchs aufgetragen. Die angegebenen Größen sind wie folgt zu verstehen:

- $E_{1,3}$ = E-Modul bestimmt aus den Meßwerten der Meßstellen 1, 3.
- $E_{1,4}$ = E-Modul bestimmt aus den Meßwerten der Meßstellen 1, 4.
- $E_{2,4}$ = E-Modul bestimmt aus den Meßwerten der Meßstellen 2, 4.
- $\nu_{2,4}$ = Querkontraktionszahl bestimmt aus den Meßwerten der Meßstellen 2, 4.

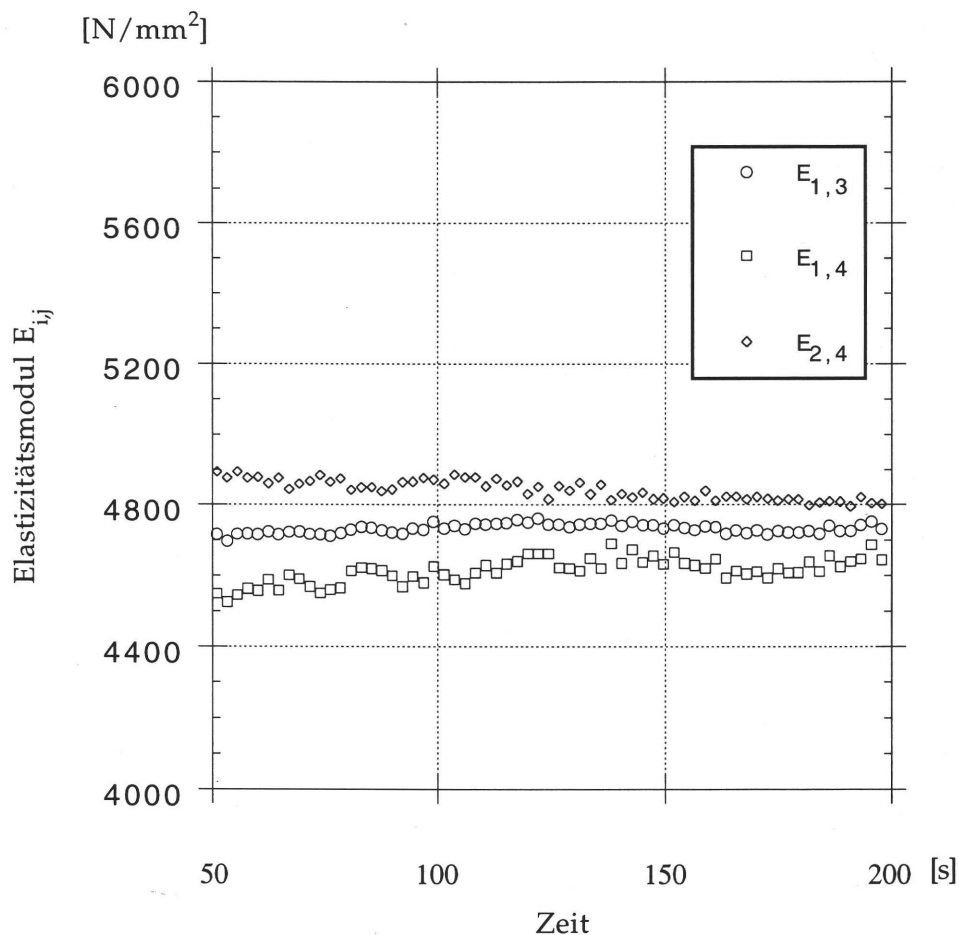


Abbildung 3.1: Meßtechnisch bestimmter Elastizitätsmodul in Laufrichtung

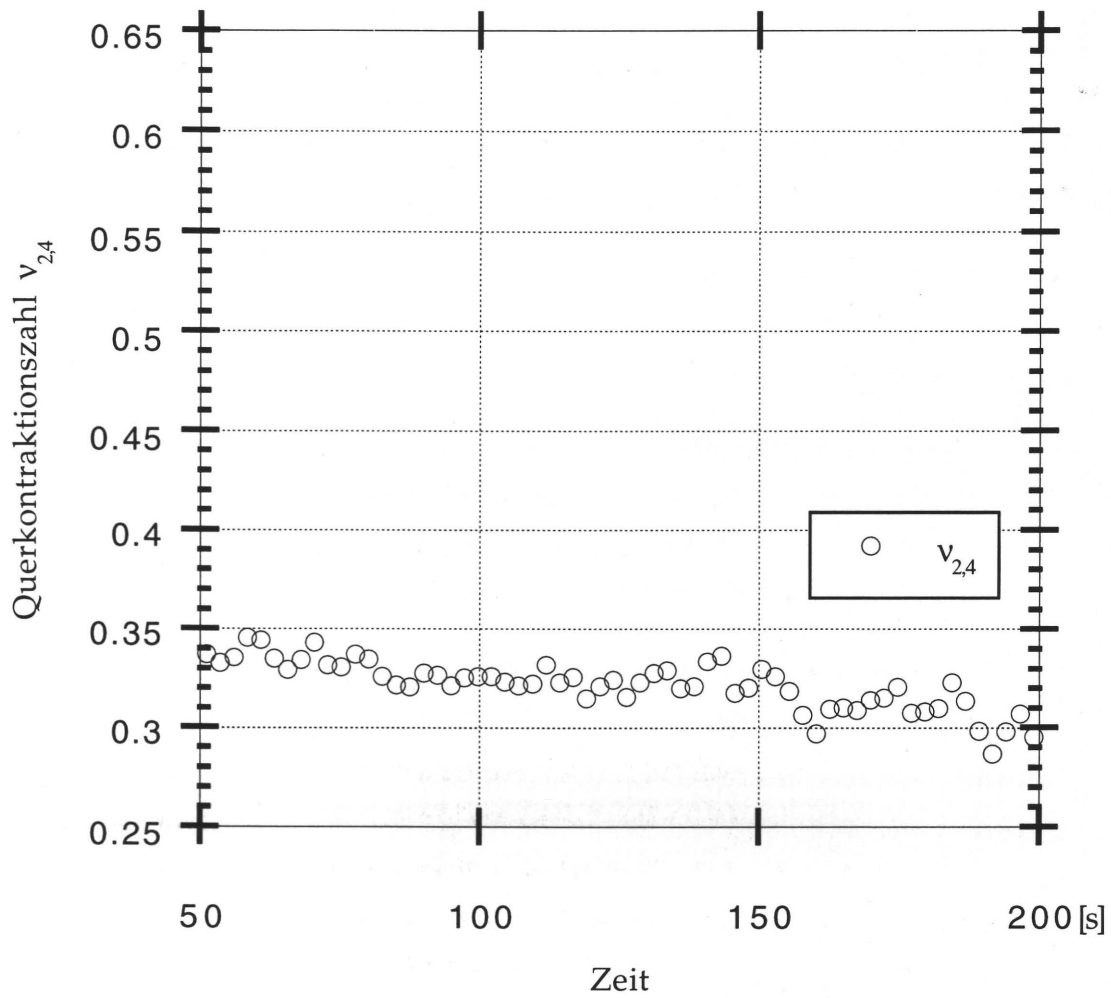


Abbildung 3.2: Aus Meßwerten bestimmte Querkontraktionszahl

4. Lösungsansatz

Aus der Kinematik, der Kontinuitätsgleichung und dem Materialgesetz wurden mit den Gleichungen (3.10)

$$\frac{D\sigma_{ij}}{Dt} = C_{ijkl} e_{kl}$$

und den Bewegungsgleichungen (2.29)

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0$$

die Systemgleichungen in dem raumfesten maschinengebundenen Koordinatensystem abgeleitet.

Die Bewegungsgleichungen sind in dieser Formulierung unabhängig von der Bahngeschwindigkeit. Daher bietet es sich an, zunächst den Spannungszustand einer unbewegten Materialbahn in dem freien Bahnführungsabschnitt zu ermitteln.

Übernimmt man die in der Elastomechanik übliche Klassifizierung /16/, wird man die Materialbahn in dem freien Bahnführungsabschnitt als Scheibe modellieren. Nach der Definition einer Scheibe ist die Dicke wesentlich kleiner als die übrigen Längenabmessungen, und die Belastung erfolgt in der Scheibenebene, wobei angenommen wird, daß die Belastung gleichmäßig über den Querschnitt verteilt ist. Nach Voraussetzung (Vor. 4) liegt ein ebener Spannungszustand vor.

Für Scheiben führen die Bewegungsgleichungen und die Kompatibilitätsbedingungen der Dehnungen bei der vorausgesetzten Vernachlässigung der Volumenkräfte und Temperaturänderung auf eine Bipotentialgleichung. Die zur Lösung der Bipotentialgleichung gehörende Potentialfunktion (Φ) der Spannungen muß nach CONWAY /10/ für orthotrope Scheiben die Bedingung

$$\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \alpha_1 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \alpha_2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (4.1)$$

erfüllen. Setzt man in die folgenden Definitionsgleichungen für α_1 und α_2 das Materialgesetz nach den Gleichungen (3.2) und (3.3) ein,

$$\alpha_1 \alpha_2 = z^4 = \frac{E_y}{E_x} \quad (4.2)$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 2 z^2 = E_y \left(\frac{2 \left(1 + \sqrt{\nu_x \nu_y} \right)}{\sqrt{E_x E_y}} + 2 \frac{-\nu_y}{E_y} \right) \quad (4.3)$$

erhält man die Scheibengleichung mit dem eingeführten Orthotropiegrad z

$$z^4 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} + 2z^2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} = 0. \quad (4.4)$$

Um die Lösungen der Bipotentialgleichung zu bestimmen, mit denen man die Bahnbelastungen abbilden kann, müssen für die Scheibe die Geometrie und die Randbedingungen festgelegt werden.

Die zu untersuchende Scheibe, die in Abbildung 4.1 skizziert ist, habe in x -Richtung, der Laufrichtung, die Länge ℓ , in Querrichtung die Breite $2b$ und nach Voraussetzung die konstante Dicke d .

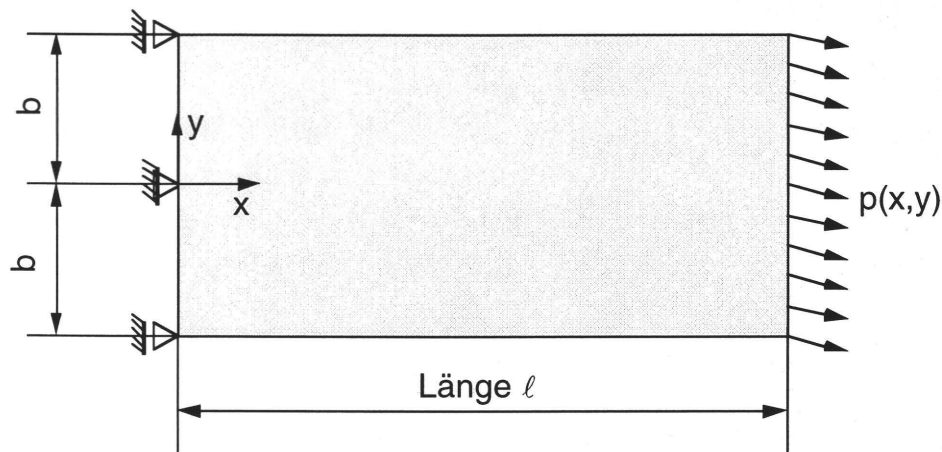


Abbildung 4.1: Belastetes Scheibenelement

An den Rändern $y=\pm b$ wird festgelegt, daß keine äußeren Kräfte angreifen, so daß sich dort das Verschwinden der Schub- und Querspannung ergibt. An der Einlaufseite bei $x=0, y$ wird die Scheibe in x -Richtung festgehalten, kann sich aber bis auf den festgehaltenen Scheibenmittelpunkt ($x=0; y=0$) in y -Richtung frei verschieben. Somit wird die Querkontraktion infolge des Bahnzugs, die bei der in den Bahnführungsabschnitt einlaufenden Bahn in der Praxis vorhanden ist, nicht behindert und bewirkt folglich auch keine zusätzliche Bahnbelastung. An der Seite $x=\ell$ wird die

Belastung in den beiden Raumrichtungen vorgegeben, die sich aus der Kraftübertragung zwischen auslaufseitigem Bahnführungselement und der Bedruckstoffbahn ableitet. Die Kraftangriffsorte bleiben für die Rechnung immer an der selben Scheibenposition, obwohl bei einem Bahnführungsabschnitt aufgrund der Bahndehnung und der ortsfesten Position des Bahnführungselementes eine Verschiebung der Kraftangriffsorte auftritt.

Bisher sind die Verschiebungsverläufe und die Bahnbelastungen hervorgerufen durch schiefstehende Bahnführungselemente nur für schmale Bahnen und deren Mittelfaser von SHELTON /36/ mit einem Biegebalkenmodell berechnet worden.

Zur Lösung seiner Modellgleichungen forderte SHELTON /36/ die Erfüllung folgender Randbedingungen:

1. Die Materialbahn ist auf dem einlaufseitigen Bahnführungselement in der Bahnmitte seitlich nicht verschoben.
2. Die Materialbahn läuft in der Bahnmitte senkrecht von dem einlaufseitigen Bahnführungselement ab.
3. Die Materialbahn läuft (in der Bahnmitte) senkrecht auf das auslaufseitige Bahnführungselement auf, was durch Tests bestätigt wurde.
4. An der Auflauflinie der Materialbahn auf dem auslaufseitigen Bahnführungselement unterstellt SHELTON Haften der Bahn. Bei Haften der Bahn an der Auflauflinie muß bei stationärem Bahntransport die Längsdehnung der Bahn über der Bahnbreite konstant und somit auch die Bahnspannung konstant sein.

Das Verschiebungsfeld oder die Verteilung der an dem auslaufseitigen Bahnführungselement übertragenen Lasten können aus den Lösungen von SHELTON /36/ und GEDL, KEHLBACH und GOOD /18/ nicht direkt abgeleitet werden.

Deshalb werden einfache Belastungsfälle (gleichmäßiger einachsiger Zug, einachsiger Zugdiagonalfeld und Schubbelastung) als mögliche Lösungen der Bipotentialgleichung durchgerechnet und danach mit den von SHELTON geforderten Randbedingungen und seinen erzielten Ergebnissen verglichen.

4.1. Gleichmäßiger Zug in x-Richtung

Der einfachste Belastungsfall ist die einachsige gleichmäßig über der Bahnbreite verteilte Belastung in einer Scheibenrichtung, z. B. der x-Richtung.

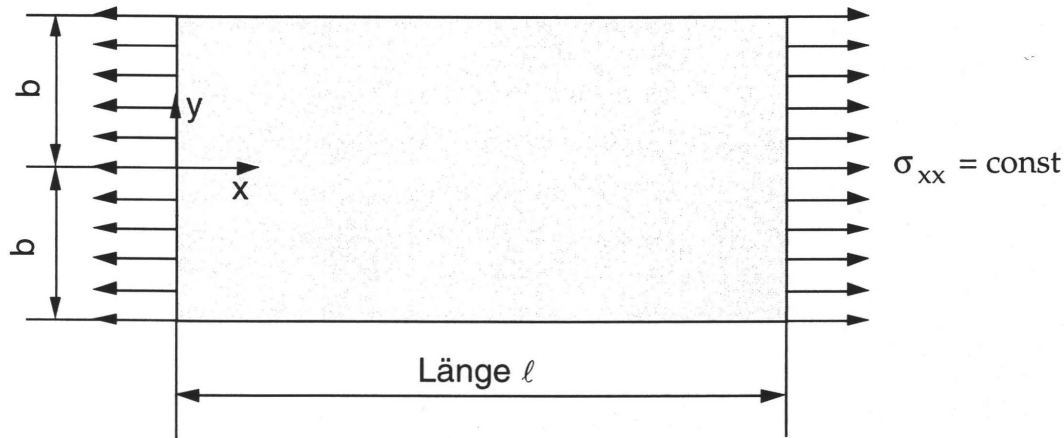


Abbildung 4.2: Scheibenelement unter gleichmäßigem einachsigen Zug

Aus der Potentialfunktion für diesen Belastungsfall

$$\Phi(x,y) = \frac{a_{02}}{2} y^2 \quad (4.5)$$

ergeben sich die Spannungen und Dehnungen

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = a_{02} \quad (4.6)$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yy} = 0 \quad (4.7)$$

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{1}{E_x} \sigma_{xx} - \frac{\nu_y}{E_y} \sigma_{yy} = \frac{a_{02}}{E_x} \quad (4.8)$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = \frac{1}{E_y} \sigma_{yy} - \frac{\nu_x}{E_x} \sigma_{xx} = -\frac{\nu_x a_{02}}{E_x} \quad (4.9)$$

Durch Integration gewinnt man die Verschiebungen u_x und u_y . Die Integrationsfunktionen und -konstanten sind über die Schubverzerrungen und die Randbedingungen zu bestimmen

$$u_x = \frac{a_{02}}{E_x} x + C_1 y + C_2 \quad (4.10)$$

$$u_y = -\frac{v_x a_{02}}{E_x} y - C_1 x + C_3. \quad (4.11)$$

Bei diesem Fall handelt es sich um den Idealfall der Bahnbelastung, bei dem von vornherein die geforderten Spannungsrandbedingungen erfüllt sind. Außerdem tritt keine Druckspannung auf, so daß unter einem ideal gleichmäßigen Zug bei homogenen Bahnmaterialien keine Faltenbildung auftritt.

4.2. Zugdiagonalfeld

Neben der gleichförmig verteilten einachsigen Last ist als weitere einachsige Belastung noch die linear über die senkrecht zur Wirkrichtung verteilte Last als Potentialfunktion darstellbar. Dieser Lastfall entspricht in der Balkentheorie der Einleitung eines Biegemomentes. In Anlehnung an WAGNER /46/ wird dieser Lastfall als Zugdiagonalfeld bezeichnet.

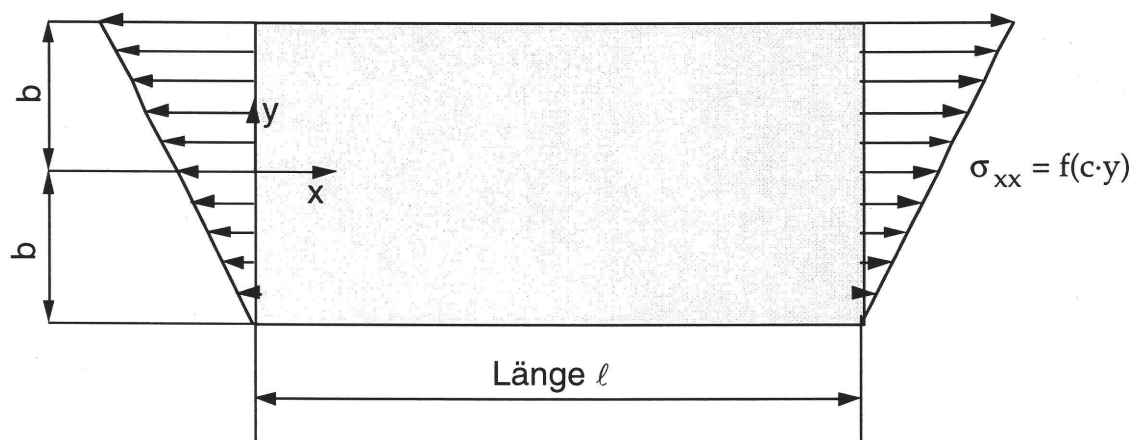


Abbildung 4.3: Scheibenbelastung als Zugdiagonalfeld

Aus dem Ansatz für die Potentialfunktion Φ

$$\Phi(x,y) = \frac{a_{03}}{6} y^3 \quad (4.12)$$

ergeben sich die Spannungen und Dehnungen

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = a_{03} y \quad (4.13)$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yy} = 0 \quad (4.14)$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{1}{E_x} \sigma_{xx} - \frac{\nu_y}{E_y} \sigma_{yy} = \frac{a_{03}}{E_x} y \quad (4.15)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = \frac{1}{E_y} \sigma_{yy} - \frac{\nu_x}{E_x} \sigma_{xx} = -\frac{\nu_x a_{03}}{E_x} y, \quad (4.16)$$

aus denen sich die Verschiebungen in den beiden Raumrichtungen

$$u_x = \frac{a_{03}}{E_x} x y + C_1 y + C_2 \quad (4.17)$$

$$u_y = -\frac{a_{03}}{2E_x} (x^2 + \nu_x y^2) - C_1 x + C_3 \quad (4.18)$$

bestimmen lassen. Zur Bewertung der gefundenen Verschiebungsgleichungen werden diese dimensionslos mit dimensionslosen Laufvariablen

$$\psi = \frac{x}{\ell} \quad (4.19)$$

$$\eta = \frac{y}{b} \quad (4.20)$$

$$L = \frac{b}{\ell} \quad (4.21)$$

für verschiedene Breiten-/Längenverhältnisse L berechnet. Die Konstanten C_1 , C_2 und C_3 nehmen für die Randbedingungen $u_x(0,0)=u_y(0,0)=u_x(0,y)=0$ den Wert Null an. Berechnet man die neue Position der unter der Belastung verschobenen Bahnelemente

$$\frac{X(\zeta)}{\ell} = \frac{X_0(\zeta)}{\ell} + \frac{u_x(\zeta)}{\ell} = \frac{X_0(\zeta)}{\ell} + \frac{a_{03}\ell}{E_x} (\psi L \eta) \quad (4.22)$$

$$\frac{Y(\zeta)}{b} = \frac{Y_0(\zeta)}{b} + \frac{u_y(\zeta)}{b} = \frac{Y_0(\zeta)}{b} - \frac{a_{03}\ell}{2E_x} \left(\frac{\psi^2 + \nu_x L^2 \eta^2}{L} \right), \quad (4.23)$$

so ergeben sich folgende Verschiebungsfiguren.

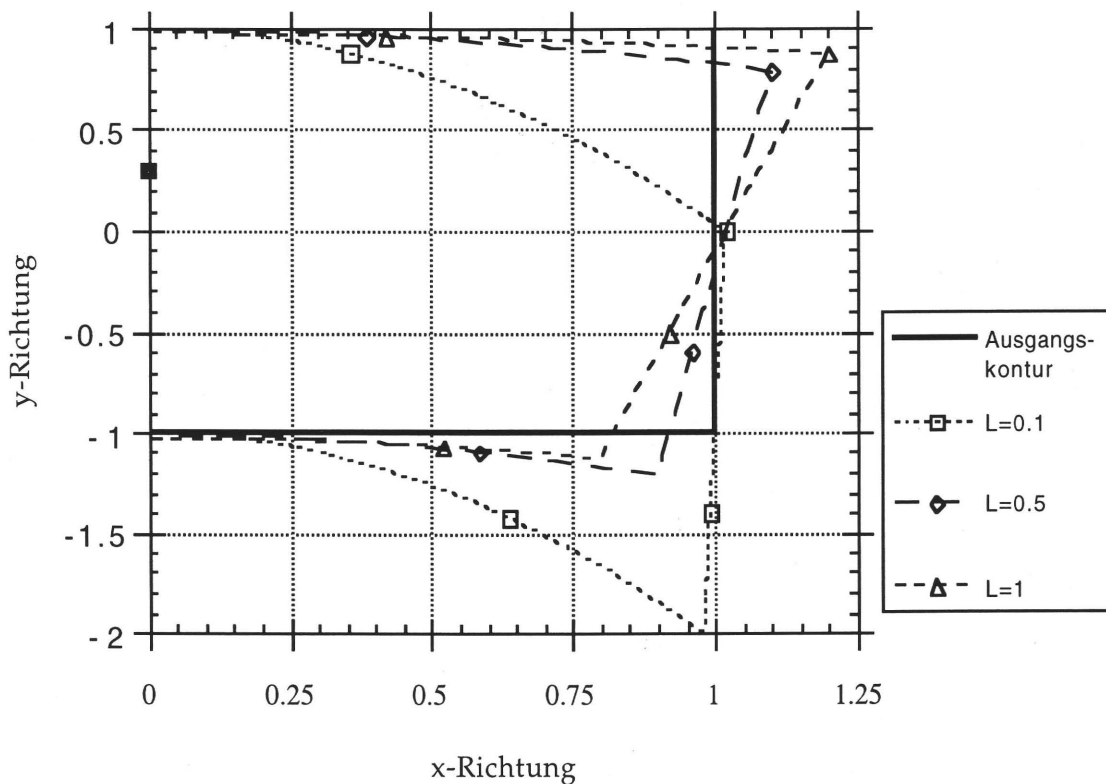


Abbildung 4.4: Verschiebungsfiguren eines Zugdiagonalfeldes für verschiedene Breiten-/Längenverhältnisse für $(a_{03} \ell / E_x) = 1/5$ und $\nu_x = 0,3$.

An Hand der dimensionslos aufgetragenen Verschiebungsfiguren sieht man, daß schmale Bahnen ($L \approx 0,1$) bei einem angreifenden Zugdiagonalfeld sich im Verhältnis stärker seitlich verschieben, während breitere Bahnen eine größere Verdrehung bei $x=1$ aufweisen.

Der von SHELTON geforderte gleichmäßige Bahnzug ist mit diesem Lastfall nicht zu erfüllen. An Hand der Verschiebungsfiguren könnte man annehmen, daß die Bedingung des senkrechten Bahnaufbaus möglich ist. Zur Klärung dieser Frage soll die Geometrie an dem auslaufseitigen Bahnführungselement skizziert werden.

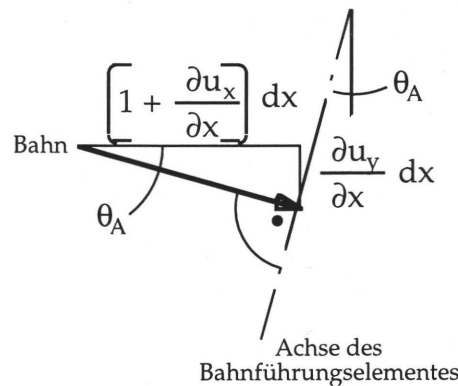


Abbildung 4.5: Geometrieskizze des Bahnauflaufpunktes am auslaufseitigen Bahnführungselement

Zur Bestimmung des senkrechten Bahnaufbaus kann man mit Hilfe der Skizze die Winkelbeziehung

$$\tan \theta_A = \frac{\frac{\partial u_y}{\partial x}}{1 + \frac{\partial u_x}{\partial x}} = \frac{\frac{a_{03} \ell}{E_x}}{1 + \frac{a_{03} \ell}{E_x} y} \quad (4.24)$$

aufstellen. Streng ist die Bedingung des senkrechten Bahnaufbaus über die gesamte Bahnbreite auf das auslaufseitige Bahnführungselement nicht zu erfüllen, jedoch ist der breitenabhängige Einfluß in der Längsverschiebung gegenüber der Größe 1 im Nenner zu vernachlässigen. Neben dem nahezu senkrechten Bahnaufbau ist eine seitliche Verschiebung und eine Verdrehung möglich, die erst zur Faltenbildung führt, wenn auf der entlasteten Seite die Zugspannung zu Null wird und danach eine rechnerische Druckspannung auftritt.

4.3. Schubanteile

Prinzipiell ist es möglich, die allgemeine Scheibengleichung mit einem reinen Schubspannungsansatz zu erfüllen. Im hier untersuchten Fall kann keine konstante Schubspannung an der quer zur Laufrichtung liegenden Seite angesetzt werden, da die freien Ränder bei $y = \pm b$ verschwindende Schub- und Querspannungen verlangen.

Eine mögliche Potentialfunktion, die den Belastungsfall der Schubübertragung an dem auslaufseitigen Bahnführungselement beschreibt

$$\Phi(x,y) = (\ell - x) (y^3 - 3b^2y) C_0, \quad (4.25)$$

findet man in der Literatur in Gegenüberstellungen der Scheibenlösung zur Balkentheorie/19/. Aus der Balkenbiegung ist bekannt, daß eine Querkraft oder ein Querkraftverlauf an einem Balkenende ein über die Länge anwachsendes Biegemoment erzeugt. Somit ruft eine Schubspannung eine über der Bahnbreite verteilte Spannung in Längsrichtung hervor.

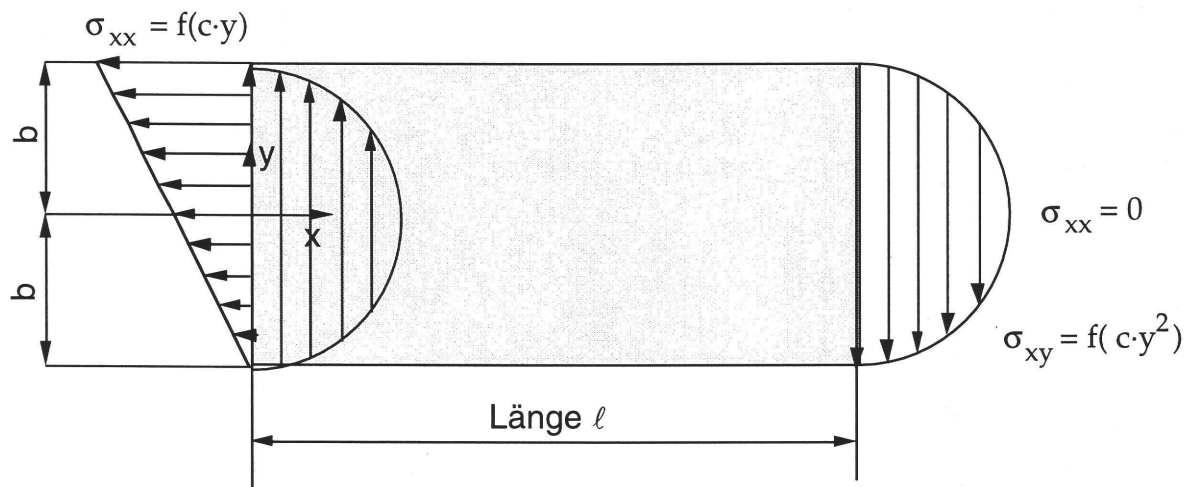


Abbildung 4.6: Scheibenelement mit Schubbelastung an der auslaufseitigen Kante

Dieser Sachverhalt spiegelt sich wieder, wenn man aus der Potentialfunktion, in der die Randbedingungen an den freien Rändern bereits eingearbeitet sind, die Spannungen

$$\sigma_{xx} = 6 C_0 y(\ell - x) \quad (4.26)$$

$$\sigma_{xy} = 3 C_0 (y^2 - b^2) \quad (4.27)$$

$$\sigma_{yy} = 0 \quad (4.28)$$

und die Dehnungen

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{1}{E_x} \sigma_{xx} - \frac{\nu_y}{E_y} \sigma_{yy} = \frac{6 C_0}{E_x} y (\ell - x) \quad (4.29)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = \frac{1}{E_y} \sigma_{yy} - \frac{\nu_x}{E_x} \sigma_{xx} = \frac{\nu_x 6 C_0}{E_x} y (\ell - x) \quad (4.30)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = \frac{1}{2G} \sigma_{xy} = \frac{3 C_0}{2G} (y^2 - b^2) \quad (4.31)$$

und entsprechend die Verformungsverläufe

$$u_x = \frac{C_0}{E_x} \left[3xy(2\ell - x) + \frac{E_x}{G} y (y^2 - 3b^2) - \nu_x y^3 \right] + C_1 y + C_2 \quad (4.32)$$

$$u_y = -\frac{C_0}{E_x} \left[3\nu_x y^2 (\ell - x) + x^2 (3\ell - x) \right] - C_1 x + C_3 \quad (4.33)$$

berechnet. Berechnet man diese wiederum in dimensionsloser Form mit den dimensionslosen Variablen nach Gl. (4.19, 4.20, 4.21) auf, ergeben sich unter Vernachlässigung der Konstanten C_1, C_2, C_3 mit den im Ansatz angesetzten negativen Schubspannungen folgende Verschiebungsgleichungen

$$\frac{X(\zeta)}{\ell} = \frac{X_0(\zeta)}{\ell} + \frac{u_x(\zeta)}{\ell} = \frac{X_0(\zeta)}{\ell} + \frac{C_0 \ell^2}{E_x} \left[3\psi L \eta (2 - \psi) + \frac{E_x}{G} L^3 (\eta^3 - 3\eta) - \nu_x L^3 \eta^3 \right]$$

$$\frac{Y(\zeta)}{b} = \frac{Y_0(\zeta)}{b} + \frac{u_y(\zeta)}{b} = \frac{Y_0(\zeta)}{b} - \frac{C_0 \ell^2}{E_x} \left[\frac{3\nu_x L^2 \eta^2 (1 - \psi) + \psi^2 (3 - \psi)}{L} \right],$$

die grafisch aufgetragen (Abbildung 4.7) ohne Vorzeichenwechsel mit der Abbildung 4.4 verglichen werden kann.

Ähnlich wie beim Zugdiagonalfeld zeigen schmale Bahnen eine deutlich bezogene seitliche Verschiebung bei geringer Verdrehung, während breite Bahnen sich im Verhältnis zu ihrer Breite kaum seitlich verschieben. Die Verschiebung ist am Ein- und Auslauf von gleicher Form, wobei man gut den stärker werdenden Einfluß der kubischen Terme in den Verschiebungsgleichungen sieht. Die Bedingung des senkrechten Bahnauflaufes ist nicht über die gesamte Bahnbreite möglich, da die Ableitung der Querverschiebung (Abb. 4.5, Gl. 4.24) in Längsrichtung ($\partial u_y / \partial x$) im Gegensatz zu der Längsdehnung an der Stelle $x = \ell$ von der Breitenvariablen y abhängig ist, und somit der Auflaufwinkel sich über die Bahnbreite ändert, wie man in der Abbildung 4.7 sieht.

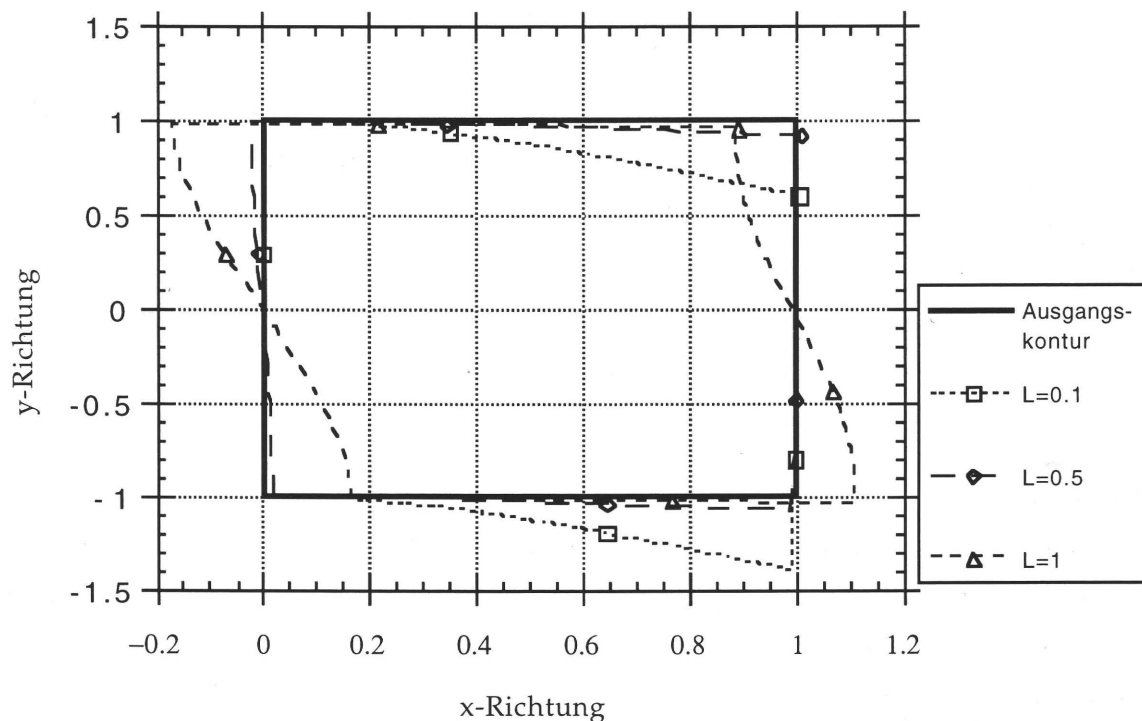


Abbildung 4.7: Verschiebungsfiguren bei auslaufseitiger Schubbelastung für verschiedene Breiten-/Längenverhältnisse L ; $(C_0 \ell^2 / E_x) = 1/50$, $\nu_x = 0,3$.

Dieser Lastfall erfüllt die Bedingung des über die Bahnbreite konstanten Zuges am Auslauf, während der Angriff der Schubspannung mit einem parabelförmigen Verlauf modelliert wird. Eine technische Begründung ist für den Bereich der Bahnführungselemente nicht offensichtlich, da man für die angenommene Reibkraftübertragung quer zur Laufrichtung einen nahezu konstanten Verlauf annehmen würde. Betrachtet man die Differenz zwischen dem parabelförmigen Verlauf und dem konstanten Verlauf als Störung, so wird nach dem Prinzip von St. Venant die Störung nach einer geometrieabhängigen kurzen Strecke vom Rand abgeklungen sein, und somit in der Scheibe nicht mehr wirken. Dieser Sachverhalt wurde mit einer einfachen Scheibenberechnung mit Hilfe der Finite-Element-Methode bestätigt.

Jedoch muß aufgrund der wirkenden Schubbelastung und der fehlenden Querkzugspannung bei diesem Lastfall immer mit Falten gerechnet werden.

4.4. Weitere mögliche Belastungen

Die Aufstellung weiterer Potentialfunktionen erweist sich als aufwendig, wenn man den kraftfreien Rand bei $y=\pm b$ streng erfüllen will. Die Erklärung findet man bei genauer Betrachtung der Spannungsberechnung aus der Potentialfunktion. Die Schub- und Querspannungen berechnen sich zu

$$\sigma_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \quad (4.34)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}. \quad (4.35)$$

Besitzt die Querspannung an den Rändern in der y -Richtung einen endlichen Anstieg, wird die Schubspannung, die aus den ersten Ableitungen der Potentialfunktion in beiden Raumrichtungen gebildet wird, dort einen von Null verschiedenen Wert besitzen. Zur Einhaltung der Randbedingungen muß für den Querspannungsverlauf, d. h. der von y abhängige Teil der Potentialfunktion, am Rand sowohl der Funktionswert als auch für die Ableitung der Wert Null gefordert werden. Funktionen mit dieser Eigenschaft sind trigonometrische Funktionen z. B. $[1 + \cos(\pi y/b)]$ oder Fourierreihen mit den trigonometrischen Funktionen.

Es zeigt sich, daß die generellen Aussagen der durchgerechneten Belastungsfälle (Kap. 4.1 - 4.3) zur qualitativen Beschreibung der Verformungsfigur ausreichend sind, wie man durch den qualitativen Vergleich der Scheibenlösung mit der von SHELTON zeigen kann. SHELTON /36/ setzte für die seitliche Verschiebung der Mittelfaser seines Balkenmodells folgenden Lösungsansatz

$$u_y(x, y=0) = C_1 \sinh(Kx) + C_2 \cosh(Kx) - C_1 Kx - C_2 \quad (4.36)$$

mit der Konstanten $K = \frac{F_{\text{Zug}}}{EI}$

$$I = \frac{d(2b)^3}{12} = \text{Flächenträgheitsmoment der Bahn}$$

an. Schätzt man den Faktor Kx mit praxisüblichen Werten ab, so wird dieser i. d. R. $Kx < 1$ sein (z. B. $F=300 \text{ N}$; $d=0,05 \text{ mm}$; $2b=1000 \text{ mm}$; $E=5000 \text{ N/mm}^2$; $x=\ell=1000 \text{ mm}$)

$$K \cdot 1000 \text{ mm} = \frac{12 \cdot 300 \text{ N}}{5000 \text{ N/mm}^2 \cdot 0,05 \text{ mm} \cdot 1000^3 \text{ mm}^3} = 1,44 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^{-1},$$

so daß man die Hyperbelfunktionen in eine Reihe entwickeln /8/ und nach den kubischen Gliedern abbrechen kann

$$u_{y(x,y=0)} = C_1 \left\{ Kx + \frac{(kx)^3}{3!} \right\} + C_2 \left\{ 1 + \frac{(kx)^2}{2!} \right\} - C_1 Kx - C_2 \quad (4.37)$$

$$u_{y(x,y=0)} = C_1 \left\{ \frac{(kx)^3}{3!} \right\} + C_2 \left\{ \frac{(kx)^2}{2!} \right\}. \quad (4.38)$$

Im Vergleich mit den Gleichungen (4.18, 4.33) sieht man, daß in den angesprochenen Lösungen entsprechende Anteile mit entsprechenden Potenzen in x vorhanden sind.

Neben dem idealen einachsigen konstanten Zug (Kap. 4.1.) befriedigen die beiden anderen Belastungsfälle nicht alle von SHELTON geforderten Randbedingungen.

4.5. Zusammengesetzte Spannungsverteilung

Aus der Gegenüberstellung der einfachen mit Potentialfunktionen abbildbaren Belastungsfälle mit der Querverschiebungslösung der Mittelfaser von SHELTON /36/ kann man keine Aussage über die sich einstellenden Spannungszustände treffen. Deshalb werden für die weitere Untersuchung eine Potentialfunktion aus den drei vorher benutzten Potentialfunktionen (4.5, 4.12, 4.25)

$$\Phi(x,y) = \frac{a_{02}}{2} y^2 + \frac{a_{03}}{6} y^3 + (\ell - x) (y^3 - 3b^2y) C_0 \quad (4.39)$$

gebildet, aus der sich die Spannungen und Dehnungen

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = a_{02} + a_{03} y + 6 C_0 y (\ell - x) \quad (4.40)$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} = 3 C_0 (y^2 - b^2) \quad (4.41)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0 \quad (4.42)$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{1}{E_x} \{ a_{02} + a_{03}y + 6C_0y(\ell - x) \} \quad (4.43)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = -\frac{\nu_x}{E_x} \{ a_{02} + a_{03}y + 6C_0y(\ell - x) \} \quad (4.44)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = \frac{1}{2G} \sigma_{xy} = \frac{3C_0}{2G} (y^2 - b^2) \quad (4.45)$$

ableiten. Die Verschiebungen gewinnt man durch Superposition der Gleichungen (4.10, 4.17, 4.32) und (4.11, 4.18, 4.33)

$$u_x = \frac{1}{E_x} \left\{ a_{02}x + a_{03}xy + C_0 \left[3xy(2\ell - x) + \frac{E_x}{G}y(y^2 - 3b^2) - \nu_x y^3 \right] \right\} + C_1y + C_2 \quad (4.46)$$

$$u_y = -\frac{1}{E_x} \left\{ \nu_x a_{02}y + \frac{a_{03}}{2}(\nu_x y^2 + x^2) + C_0 \left[3\nu_x y^2(\ell - x) + x^2(3\ell - x) \right] \right\} - C_1x + C_3, \quad (4.47)$$

die noch durch Einarbeiten der Randbedingungen an das Problem angepaßt werden müssen. Der festgehaltene Scheibenmittelpunkt

$$u_x(0,0) = 0 \quad \Rightarrow \quad u_y(0,0) = 0 \quad (4.48)$$

führt auf

$$C_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad C_3 = 0. \quad (4.49)$$

Die Randbedingung $u_x(0,y) = 0$ ist für ein homogenes Material, dessen Materialverhalten mit den Gleichungen (3.2, 3.3) beschrieben wird, nicht zu erfüllen

$$u_x(0,y) = 0 = \frac{C_0}{G} [y^3 - 3b^2y] - \frac{\nu_x C_0}{E_x} y^3 + C_1y, \quad (4.50)$$

da sich die kubischen Terme in y aufheben müßten, was nach der folgenden Beziehung

$$\frac{1}{G} = \frac{2(1 + \sqrt{v_x v_y})}{\sqrt{E_x E_y}} = \frac{2 + 2 v_x z^2}{E_x z^2} = \frac{v_x}{E_x} \quad (4.51)$$

$$z^2 = -\frac{2}{v_x}$$

nicht möglich ist. Anschaulich kann man den Widerspruch nachvollziehen, da die Schubanteile die gerade Bahnkante in eine gekrümmte Form biegen, wie es in Abbildung 4.7 grafisch dargestellt ist. Somit ist die Eingangsverformung der Materialbahn beim Eintritt in den freien Bahnführungsabschnitt nicht wie angenommen abbildbar, so daß zur weiteren Untersuchung sinnvolle Randbedingungen formuliert werden.

Randbedingung: Feste Ecken

Eine Randbedingung ist, daß die Materialbahn zusätzlich zur Bahnmitte an den Ecken in Längsrichtung festgehalten wird. Für den allgemeinen Fall, in dem auch eine Eingangsschiefstellung (θ_E) berücksichtigt werden kann, heißt das, daß die Eckpunkte auf einer Verbindungsgeraden liegen, die parallel zur Achse des Bahnführungselementes verläuft und durch die Mitte der Bahnkante geht. Mit Hilfe der geometrischen Beziehung

$$-\tan \theta_E = \frac{u_x}{b + u_y} \bigg|_{x=0, y=b}$$

ergibt sich die Konstante C_{1e} (Index e = Ecken fest)

$$C_{1e} = -\tan \theta_E \left[\frac{1}{b} - \frac{v_x}{E_x} \left(a_{02} + \frac{b}{2} a_{03} + 3blC_0 \right) \right] + \frac{C_0 b^2}{G} \left(2 + \frac{Gv_x}{E_x} \right) \quad (4.52)$$

Randbedingung: Achsparallele Bahnkante in der Bahnmitte

Bei der Verwendung des einlaufseitigen Schiefstellungswinkels können zwei Bedingungen in der Bahnmitte formuliert werden. Durch den gemachten Schubspannungsansatz, über den man in der Bahnmitte die größte Schubspannung und fol-

lich die größte Schubverformung ermittelt, sind zwei Bedingungen in der Bahnmitte denkbar.

Zum einen fordert man, daß die Ableitung der Längsverschiebung u_x in Querrichtung gleich dem Eingangsschiefstellungswinkel ist, d. h. man richtet die Kante $x=0$ für $y=0$ parallel zur Achse des Bahnführungselementes aus. Mit der Bedingung für den Schiefstellungswinkel

$$-\tan\theta_E = \frac{\frac{\partial u_x}{\partial y}}{1 + \frac{\partial u_y}{\partial y}} \bigg|_{x=0, y=0}$$

berechnet man die Konstante C_{1mx}

$$C_{1mx} = -\tan\theta_E \left[1 - \frac{v_x a_{02}}{E_x} \right] + \frac{3C_0 b^2}{G}. \quad (4.53)$$

Randbedingung: Senkrechter Bahnablauf in der Bahnmitte

Andererseits könnte man auch den Winkel bestimmen, in dem man über die seitliche Verschiebung der Mittelfaser am Ablauf von dem Bahnführungselement den Winkel berechnet. In diesem Fall berechnet sich der Winkel

$$-\tan\theta_E = \frac{\frac{\partial u_y}{\partial x}}{1 + \frac{\partial u_x}{\partial x}} \bigg|_{x=0, y=0}$$

auf dem sich die Konstante C_{1my} (m =Mitte; y =seitliche Verschiebung)

$$\Rightarrow C_{1my} = -\tan(\theta_E) \left(1 + \frac{a_{02}}{E_x} \right) \quad (4.54)$$

bestimmen läßt.

Um die Auswirkungen auf die Eingangslängsverschiebung der einlaufseitigen Bahnkante zu untersuchen, berechnet man sich die Längsverschiebungsverläufe im Einlauf mit den dimensionslosen Variablen

$$\frac{u_x E_x}{C_0 l^3} = \left[3 \psi L \eta (2 - \psi) + \frac{E_x}{G} L^3 (\eta^3 - 3 \eta) - v_x L^3 \eta^3 \right] + \frac{C_i E_x}{C_0 l^2} L^3 \eta \quad (4.55)$$

und den oben abgeleiteten Konstanten C_i . Für ein gerade eingebautes Bahnführungselement ($\theta_E = 0$) ergibt die grafische Auftragung folgendes Bild:

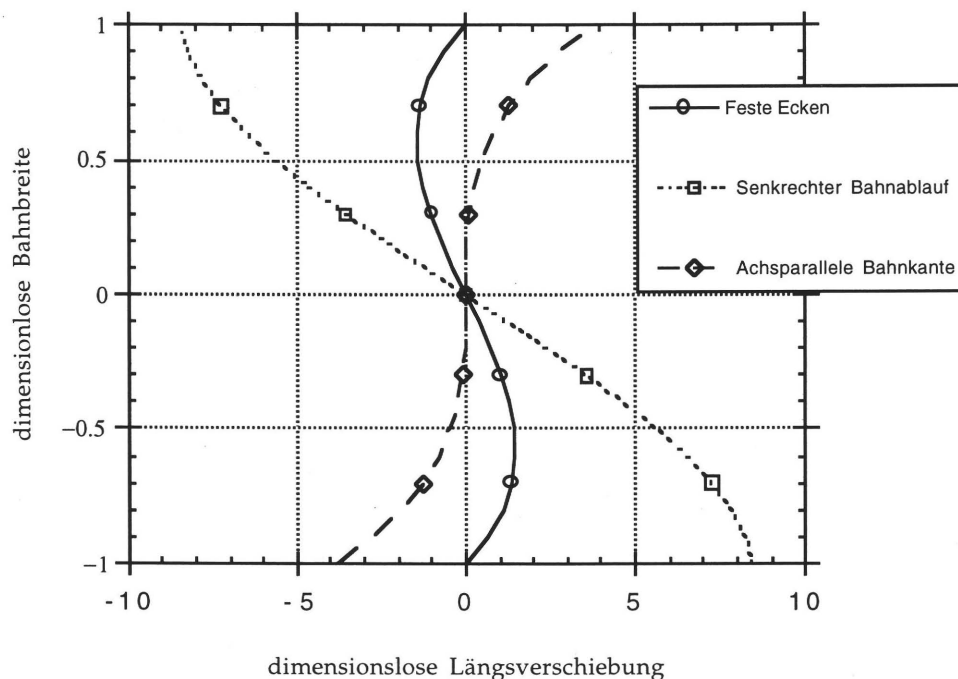


Abbildung 4.8: Dimensionslose Längsverschiebung an der Seite $x=0$ in Abhängigkeit verschiedener Randbedingungen für $E_x = 5000 \text{ N/mm}^2$, $G = 1230 \text{ N/mm}^2$, $v_x = 0,3$, $L = 1$.

In dem Diagramm sieht man deutlich, daß die Winkelforderungen in der Bahnmitte die Randbedingungen mit den größten bezogenen Randverschiebungen sind. Daß sich die beiden ergebenden Verschiebungsfiguren derart unterscheiden, ist mit dem Einfluß der Schubverformung und dem verzerrten Maßstab durch die dimensionslose Darstellung zu erklären. Weiterhin fällt auf, daß die Längsverschiebung an der Ecke $x=0$, $y=-1$ sowohl positiv als auch negativ berechnet ist. Da die formulierten Randbedingungen der achsparallelen Bahnkante und des senkrechten Bahnablaufs als Grenzfälle angesehen werden können, werden die im folgenden berechneten Spannungen auch Grenzspannungen sein.

4.6. Energiebetrachtung

Es bleibt nun zu klären, ob der Anteil der Schubspannungen oder der des Zugdiagonalfeldes an der mehrachsigen Gesamtspannungsverteilung hervorgerufen durch ein auslaufseitig schiefstehendes Bahnführungselement überwiegt. Zur Beantwortung der Frage wird eine Energiebetrachtung durchgeführt, da natürliche und technische Systeme von sich aus bestrebt sind, den Zustand der geringsten Formänderungsenergie einzunehmen. Wendet man das Prinzip der virtuellen Verschiebung auf das Gesamtpotential an /16/

$$\Pi_{\text{ges}} = \Pi_a + \Pi_i = \iiint_V \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV - \iint_S p_i u_i dS, \quad (4.56)$$

so wird man auf eine Variationsaufgabe geführt, deren Ergebnis die gesuchte Verformungsfigur bei der gegebenen Belastung und minimaler Formänderungsenergie ist. Als Ausgangsfunktionen für die zu variierenden Verschiebungen wird die Superposition der diskutierten Belastungsfälle Gl. 4.46 und Gl. 4.47 angesetzt.

Die Variationsrechnung fordert nun

$$\delta[\Pi_i + \Pi_a] = \text{Min.}$$

$$\delta \left[\iiint_V \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV - \iint_S p_i u_i dS \right] = \text{Min.}$$

In der obigen Gleichung kann mit Hilfe der Dehnungsansätze (4.43, 4.44, 4.45) das innere Potential bestimmt werden. Zur Berechnung der Arbeiten von den äußeren Lasten müssen Annahmen getroffen werden.

Zunächst kann man das Integral über die gesamte Berandung dS der Scheibe in zwei Teilintegrale aufteilen. Einerseits ist an der Seite $x=0$ die Verschiebung vorgegeben, so daß dort die Variation über die Verschiebung verschwindet. An den anderen Seiten werden die Randlasten vorgegeben werden. An den Seiten $y=\pm b$ ist der Rand nach Voraussetzung kraftfrei. Bei $x=\ell$ bestimmt sich die Bahnbelastung durch die Wechselwirkungen zwischen der Bedruckstoffbahn und dem Bahnführungselement. Diese sind im einzelnen noch nicht bekannt, wobei leicht ersichtlich ist, daß zur Beschreibung der Wechselwirkungen ein großer Parameterraum beachtet wer-

den muß. Für diese Untersuchung soll durch die folgende Überlegung eine geeignete Näherung begründet werden.

An den auf das auslaufseitig schiefstehende Bahnführungselement folgenden Stellen der Bahnführung wird sich der Verlauf der Bahnzugskräfte wieder gleichmäßig über die Bahnbreite verteilen. Die Kraftübertragung an nicht angetriebenen Bahnführungselementen ist wegen der kleinen Verlustmomente von geringer Größenordnung, so daß für die Näherungslösung mit einem gleichmäßig über die Bahnbreite verteilten Bahnzug an dem auslaufseitig schiefstehenden Bahnführungselement gerechnet werden kann. Die angenommene gleichmäßige Belastung auf der ausgelenkten Bahn wird für die Rechnung, die bezüglich der unausgelenkten Bahn erfolgt, in einen konstanten Längs- und einen konstanten Queranteil zerlegt, wobei hier, wie schon bei der Diskussion der Schubspannung (Kap.4.3), das Prinzip von St.-Venant Anwendung findet. Die Dimension der Belastung entspricht der einer Spannung.

Mit dem konkretisierten Problem zur Variationsrechnung

$$\delta \left[\iiint_V \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV - d \int_{-b}^b p_x u_x dy - d \int_{-b}^b p_y u_y dy \right] = \text{Min} \quad (4.57)$$

wird zunächst das Gesamtpotential durch Einsetzen der Verschiebungsansätze mit der Annahme, daß $\theta_E = 0$ ist, und anschließender Integration

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{d}{2 E_x} \left[2 a_{02}^2 b \ell + \frac{2}{3} a_{03}^2 b^3 \ell + 4 C_0 a_{03} \ell^2 b^3 + 8 C_0^2 \ell^3 b^3 + \frac{576 C_0^2 E_x}{15 G} b^5 \ell \right] - \\ & - \frac{d p_x}{E_x} (2 a_{02} b \ell) + \frac{d p_y}{E_x} \left[a_{03} \left(v_x \frac{b^3}{3} + \ell^2 b \right) + 4 C_0 \ell^3 b + 2 E_x C_1 b \ell \right] \end{aligned} \quad (4.58)$$

berechnet. Zur Bestimmung des Minimums des Gesamtpotentials wird das Ritzsche Verfahren /16/ angewendet. Anwenden der Rechenvorschrift auf die Belastungskonstanten $C_i = a_{02}, a_{03}$ und C_0

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_i} = 0 \quad (4.59)$$

führt auf drei Gleichungen für die freien Spannungsparameter.

$$a_{02} = p_x \quad (4.60)$$

$$C_0 = -p_y \left[\frac{\ell^2 - b^2 \nu_x + 2 E_x \frac{\partial C_1}{\partial C_0}}{2b^2 \ell^2 + \frac{576 E_x}{15 G} b^4} \right] \quad (4.61)$$

$$a_{03} = p_y \left[\frac{b^2 \nu_x + 3 \ell^2 + 2 \ell E_x \frac{\partial C_1}{\partial a_{03}}}{2b^2 \ell} \right] - 3 C_0 \ell \quad (4.62)$$

Man sieht direkt, daß der Zug in Bahnaufrichtung (p_x) durch den Ansatz aus dem Kap. 4.1. vollständig beschrieben wird, während die beiden anderen Belastungsfälle nur bei der Querbelastrung (p_y) der Bahn zum Tragen kommen. Die in den Klammern stehenden Terme sind sowohl von der Geometrie als auch von dem Materialverhalten abhängig, so daß die Klammerausdrücke in dimensionsloser Form auf Veränderungen der Geometrie und dem Grad der Orthotropie untersucht werden.

Für die Konstante C_0 wird die dimensionslose Konstante C_{00} eingeführt, die sich für die Randbedingungen der „Festgehaltenen Ecken“ mit Gl. 4.52

$$-\frac{C_{0e} \ell^2}{p_y} = C_{00e} = \frac{1 - \nu_x L^2 + 2 L^2 \left(\frac{2 E_x}{G} + \nu_x \right)}{4 L^2 + \frac{576 E_x}{15 G} L^4} \quad (4.63)$$

ergibt. Für die Randbedingung der „Achsp parallelen Bahnkante“ folgt mit Gl. 4.53

$$-\frac{C_{0mx} \ell^2}{p_y} = C_{00mx} = \frac{1 - \nu_x L^2 + 6 L^2 \frac{E_x}{G}}{4 L^2 + \frac{576 E_x}{15 G} L^4} \quad (4.64)$$

der Ausdruck für die Konstante C_{00mx} . Analog folgt mit Gl. 4.54 die Konstante C_{00my}

$$-\frac{C_{0my} \ell^2}{p_y} = C_{00my} = \frac{1 - \nu_x L^2}{4L^2 + \frac{576 E_x}{15 G} L^4} \quad (4.65)$$

für die Randbedingung des „Senkrechten Bahnablaufs“.

Für angenommene Werte $E_x = 5000 \text{ [N/mm}^2\text{]}$, $\nu_x = 0,3$, $E_y/E_x = 1/3$ berechnet sich der Schubmodul zu $G = 1230 \text{ [N/mm}^2\text{]}$. Mit diesen Werten sollen die dimensionslosen Konstanten C_{00i} aufgetragen werden.

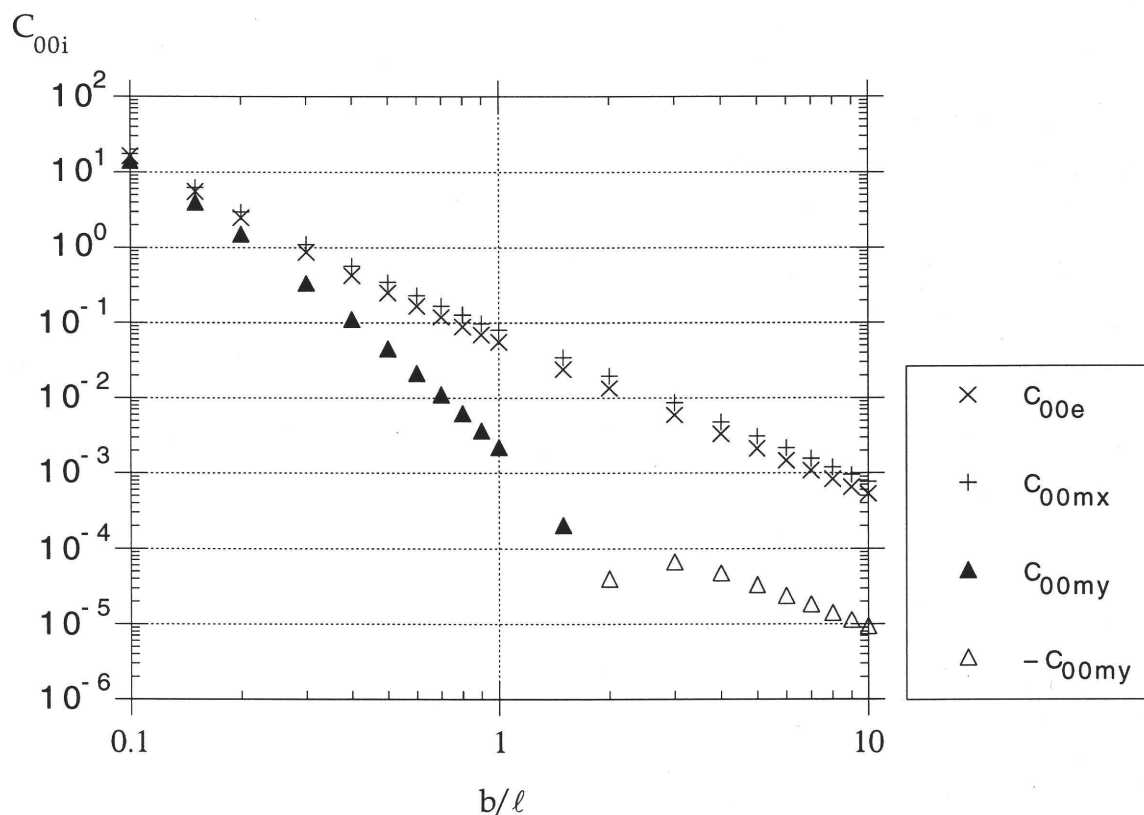


Abbildung 4.9: Berechnete Werte der dimensionslosen Konstanten C_{00i} in Abhängigkeit von dem Breiten-/Längenverhältnis für die verschiedenen Randbedingungen

In dem Diagramm, in dem für verschiedene Breiten-/Längenverhältnisse die Werte der dimensionslosen Konstanten C_{00i} aufgetragen sind, ist zu beachten, daß bei den Konstanten C_{00my} , der Randbedingung des senkrechten Bahnablaufs (4.52), das Vorzeichen bei $L = \sqrt{1/\nu_x}$ wechselt, was durch das ausgefüllte/offene Symbol ange-

deutet wird. Dieses Ergebnis bedeutet, daß sich bei einem bestimmten Breiten-/Längenverhältnis das Vorzeichen der Schubspannung ändert. Die anderen Konstanten liegen in ihrem Wert wesentlich höher, und der Unterschied zwischen beiden ist gering. Dieses Ergebnis deckt sich mit den zuvor berechneten Eingangslängsverschiebungen Abb. 4.8, die für die Achsparallele Bahnkante und den festgehaltenen Ecken kleiner waren als für den senkrechten Bahnablauf.

Analog wird die Konstante a_{03} (Gl. 4.62) in die dimensionslose Konstante A_{03}

$$-\frac{a_{03} \ell}{p_y} = A_{03i} = \frac{3 + \nu_x L^2}{2 L^2} - 3 C_{00i} \quad (4.66)$$

umgerechnet, wobei der Einfluß der Randbedingungen über die bereits berechneten dimensionslosen Konstanten C_{00i} wiedergegeben wird. Die Auftragung mit den zur Abbildung 4.9 festgelegten Konstanten Materialparametern ergibt:

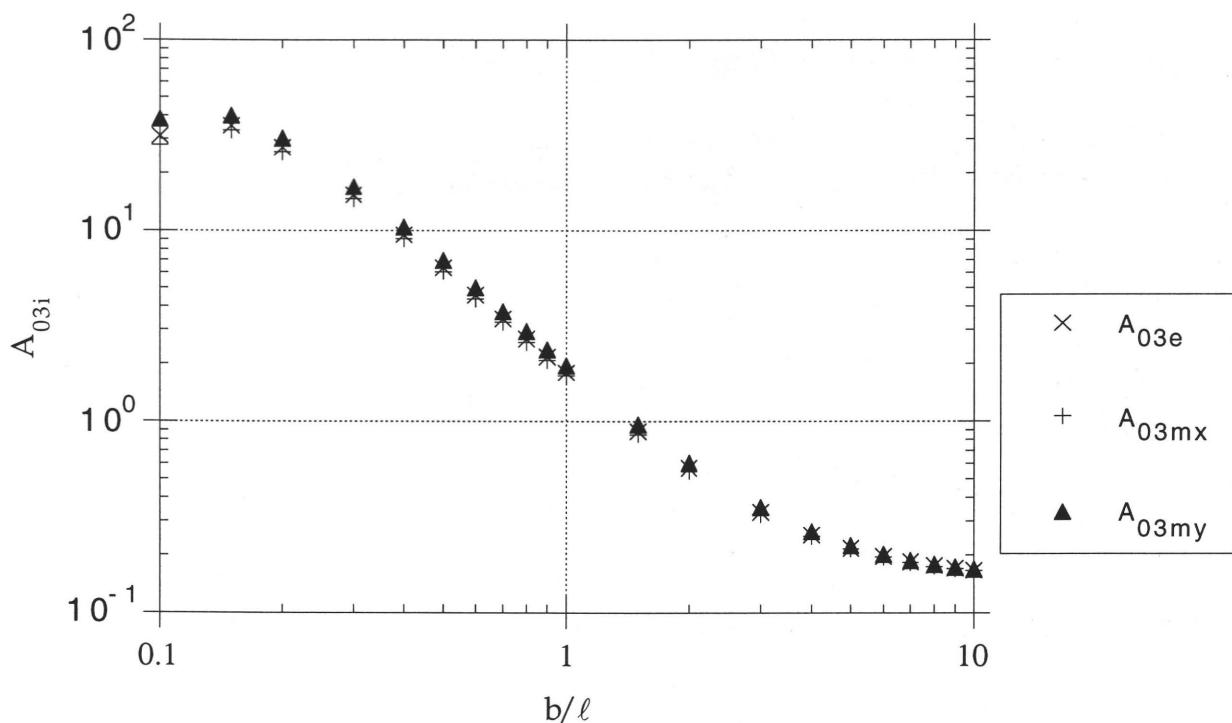


Abbildung 4.10: Berechnete Werte der dimensionslosen Konstanten A_{03} in Abhängigkeit von dem Breiten-/Längenverhältnis für die verschiedenen Randbedingungen

An Hand des Diagramms 4.10 sieht man den geringen Einfluß der kleineren Konstanten C_{00i} und somit der Randbedingungen auf die Konstante A_{03} . Daraus folgt, daß der Anstieg der Bahnzugskraft über der Bahnbreite durch die Wirkung des Zugdiagonalfeldes nahezu unabhängig von der wirkenden Schubspannung ist. Weiterhin sieht man, daß der Anstieg in der Belastung über der Bahnbreite bei schmalen Bahnen wesentlich größer ist als bei breiten Bahnen.

Der Einfluß der Orthotropie braucht nur an der Konstanten C_{00i} untersucht zu werden, da der vom Schubmodul abhängige Teil von A_{03i} in den Konstanten C_{00i} enthalten ist, die wiederum nach Abbildung 4.10 für die Konstante A_{03} von untergeordnetem Einfluß sind.

Die dimensionslosen Konstanten C_{00i} sind für das Breiten-/Längenverhältnis von $b/\ell = 1$ berechnet und aufgetragen.

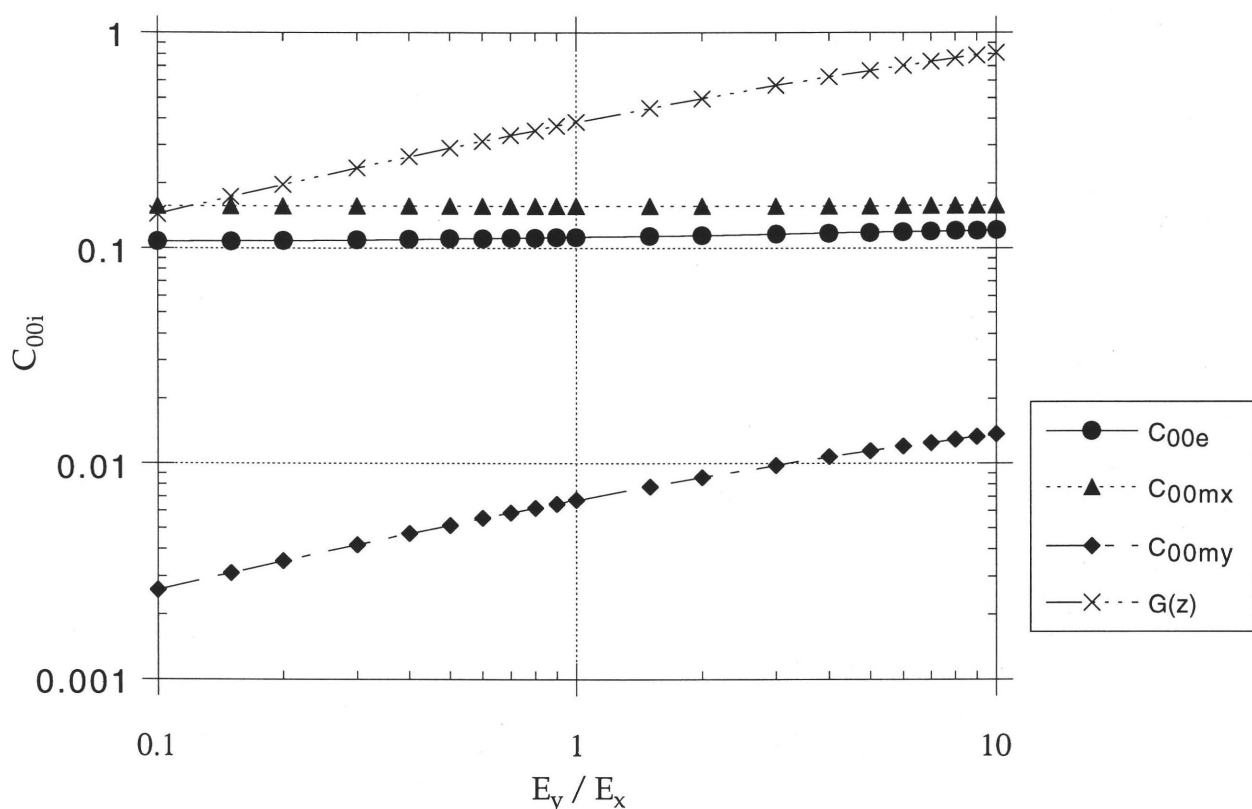


Abbildung 4.11: Berechnete Werte der dimensionslosen Konstanten C_{00i} und des Schubmoduls in Abhängigkeit von dem Orthotropiegrad

Man sieht, daß nur bei der Konstanten C_{00my} ein merklicher Einfluß des Orthotropiegrades festzustellen ist. Bei den beiden anderen Randbedingungen ist der Einfluß der Orthotropie zu vernachlässigen. Zusätzlich ist noch der Schubmodul aufgetragen, der nach Gl. 3.3 von dem Verhältnis der Elastizitätsmoduli in den Bahnrichtungen abhängig ist. Der Schubmodul selber ist von der Geometrie unabhängig, aber es zeigen sich die Abhängigkeiten der Spannungskonstanten von der Geometrie und dem Schubmodul. Deshalb wurden in dem folgenden Diagramm beide Abhängigkeiten für die Konstante C_{00my} aufgetragen.

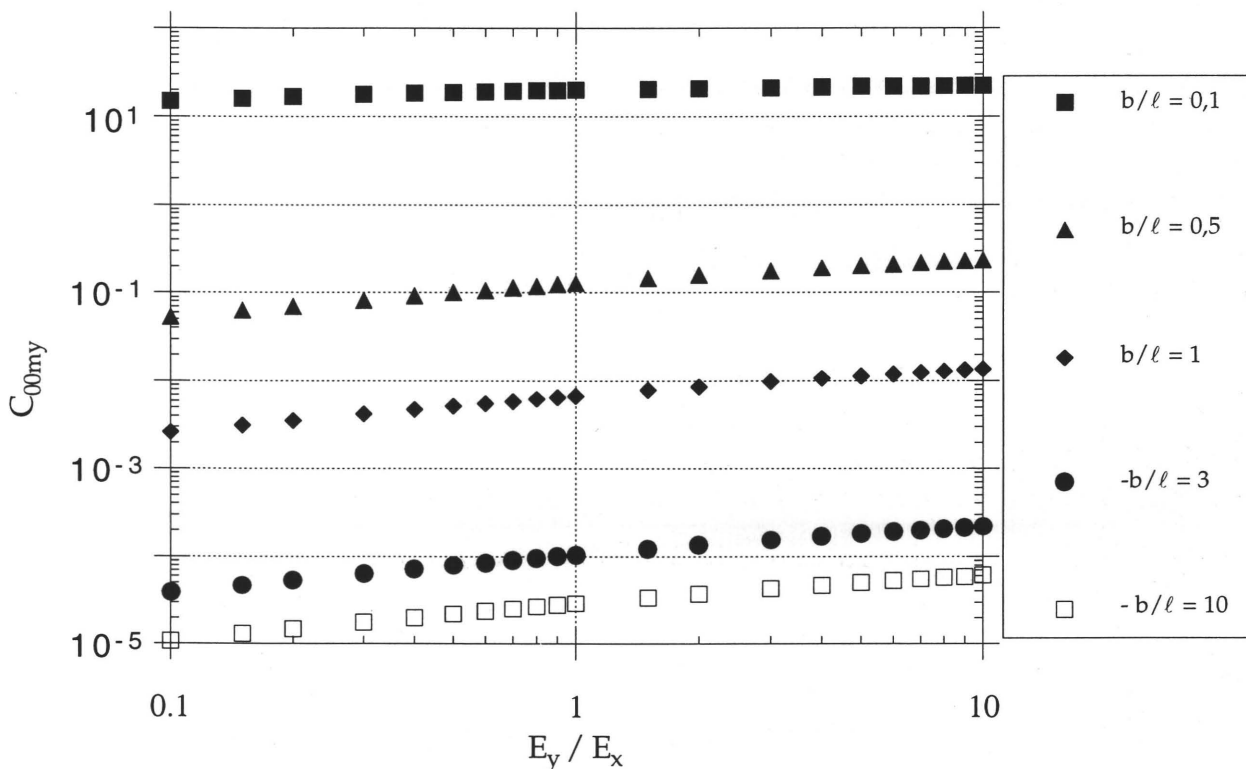


Abbildung 4.12: Berechnete Werte der dimensionslosen Konstanten C_{00my} für verschiedene Breiten-/Längenverhältnisse in Abhängigkeit von dem Orthotropiegrad

Man sieht, daß mit zunehmendem Breiten-/Längenverhältnis der Einfluß der Orthotropie auf die Konstante C_{00my} zunimmt, aber wesentlich kleiner ist als der Einfluß des Breiten-/Längenverhältnisses selber.

Deshalb wird im weiteren der Einfluß der Geometrie berücksichtigt, während der kleinere Einfluß der Orthotropie in den folgenden Spannungsberechnungen nicht untersucht wird.

5. Diskussion der Spannungsverläufe

Mit der Kenntnis der allgemeinen Spannungskonstanten sollen die Spannungsverläufe für verschiedene Scheibengeometrien und Schiefstellungswinkel des auslaufseitigen Bahnführungselementes berechnet werden.

Die Schubspannungsverteilung ist nach Gleichung (4.27) unabhängig von der Bahnlaufrichtung parabolisch über die Bahnbreite verteilt. Zur Untersuchung soll der Maximalwert der Schubspannung in der Bahnmitte berechnet werden. Um die Größe der Schubbelastung und des Zugdiagonalfeldes getrennt zu untersuchen, wird die Rechnung an der Krafteinleitungsstelle bei $x=\ell$ durchgeführt.

Mit der angesetzten Querbeltung (p_y) und den dimensionslosen Konstanten berechnet sich aus den Gleichungen Gl. 4.27 und Gln. 4.63, 4.64, 4.65 das Maximum der Schubspannung in der Scheibenmitte

$$\sigma_{xy \max}(\ell, 0) = 3 p_{yi} C_{00i} L^2. \quad (5.1)$$

Die Zugspannung in Bahnlaufrichtung setzt sich aus dem konstanten Bahnzug und dem Anteil aus dem Zugdiagonalfeld zusammen. Für die Querbeltung und die Faltenbildung ist wie schon im Kap. 4.6 gezeigt, nur das Zugdiagonalfeld von Interesse, das im weiteren untersucht wird.

Das Zugdiagonalfeld wird über die Konstante a_{03} beschrieben. Dies ist ein Maß für die Zunahme der Längsspannung über der Bahnbreite. Zum Vergleich der Spannungen bietet es sich an, den Spannungswert an den Bahneckern $x=\ell, y=\pm b$ zu bestimmen. Bei alleiniger Betrachtung des Zugdiagonalfeldes sind die beiden Spannungswerte vom Betrag gleich, so daß hier der Wert an der Stelle $x=\ell, y=+b$ berechnet werden soll. Aus Gleichung 4.13 ergibt sich der Längsspannungsanteil aus dem Zugdiagonalfeld

$$\sigma_{xx}(\ell, b) = a_{03} b,$$

und mit Gleichung (4.66)

$$\sigma_{xx}(\ell, b) = -\frac{p_{yi}}{\ell} A_{03} b \frac{y}{b} = -p_{yi} A_{03} L \quad (5.2)$$

erhält man die Längsspannung in Abhängigkeit der Querbelastrung (p_y) und den dimensionslosen Konstanten. Die Ursache der Schubspannung und des Zugdiagonalfeldes liegt nicht wie in den Gleichungen angegeben in der Querbelastrung, sondern in der Schiefstellung (θ_A) des auslaufseitigen Bahnführungselementes. Demnach muß man ausgehend von der Schiefstellung die Querbelastrung berechnen. Bei diesem Vorgehen muß wieder nach den drei Eingangsrandbedingungen unterschieden werden, um den Schiefstellungswinkel zwischen den beiden Bahnführungselementen bestimmen zu können. Zur Spannungsberechnung werden noch Zahlenwerte des Bahnmaterials und des Bahnzuges (p_x) benötigt, für die die folgenden charakteristischen Werte angenommen werden:

$$E_x = 5000 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\nu_x = 0.3$$

$$z^4 = E_y/E_x = 1/3$$

$$G = 1230 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$p_x = 10 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

5.1. Randbedingung: Auslaufseitig festgehaltene Ecken

Für den Fall der festgehaltenen Ecken wurde im Eingangsbereich der Schiefstellungswinkel aus den Koordinaten der Eckpunkte und des Mittelpunktes errechnet. Das gleiche Vorgehen muß auch im Auslaufbereich angewendet werden. Der Schiefstellungswinkel wird in mathematisch positiver Richtung gezählt, so daß der in Abbildung 2.1 dargestellte Schiefstellungswinkel negativ ist. Aus den Verschiebungen folgt der Schiefstellungswinkel

$$\tan \theta_A = \frac{u_x(\ell, b) - u_x(\ell, 0)}{b + u_y(\ell, b) - u_y(\ell, 0)} = \frac{-a_{03}\ell b + C_0\ell^2 b}{bE_x - \left(\nu_x a_{02}b + \frac{a_{03}}{2}\nu_x b^2 \right)},$$

aus der sich die Querbelastrung

$$p_{ye} = \frac{\tan(\theta_A) (E_x - \nu_x p_x)}{A_{03e} (1 - L \tan(\theta_A)) + 3 C_{00e}}$$

und somit die maximale Schubspannung

$$\sigma_{xy \max}(\ell, 0) = 3 \frac{\tan(\theta_A) (E_x - \nu_x p_x)}{A_{03e} (1 - L \tan(\theta_A)) + 3 C_{00e}} C_{00e} L^2 \quad (5.3)$$

und die Längsspannung aus dem Zugdiagonalfeld ergeben.

$$\sigma_{xx}(x=\ell, y=b) = - \frac{\tan(\theta_A) (E_x - \nu_x p_x)}{A_{03e} (1 - L \tan(\theta_A)) + 3 C_{00e}} A_{03} L \quad (5.4)$$

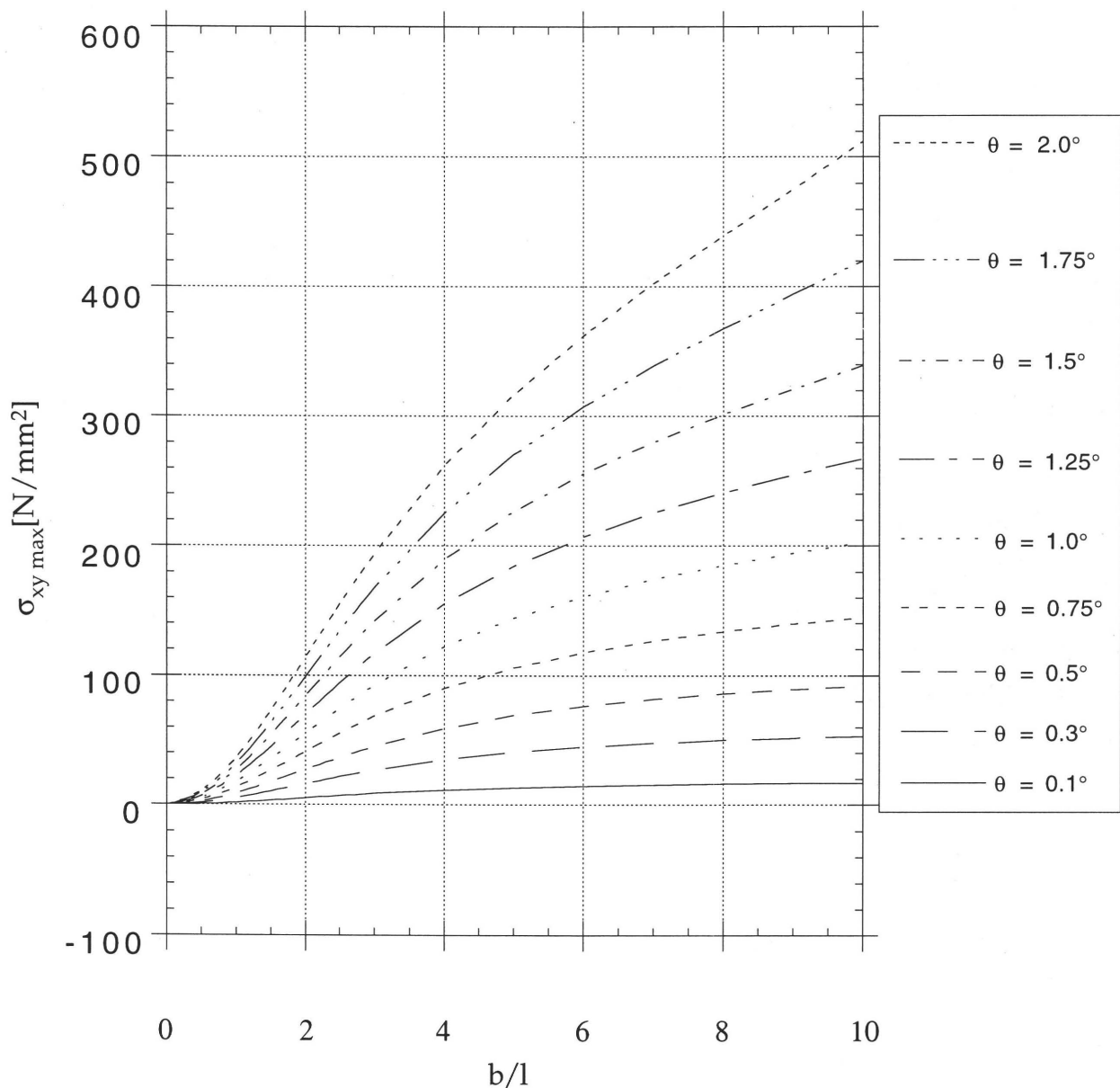


Abbildung 5.1: Maximale Schubspannung für verschiedene Breiten-/Längenverhältnisse und auslaufseitigen Schiefstellungen für die Einlaufrandbedingung der in Längsrichtung festgehaltenen Ecken

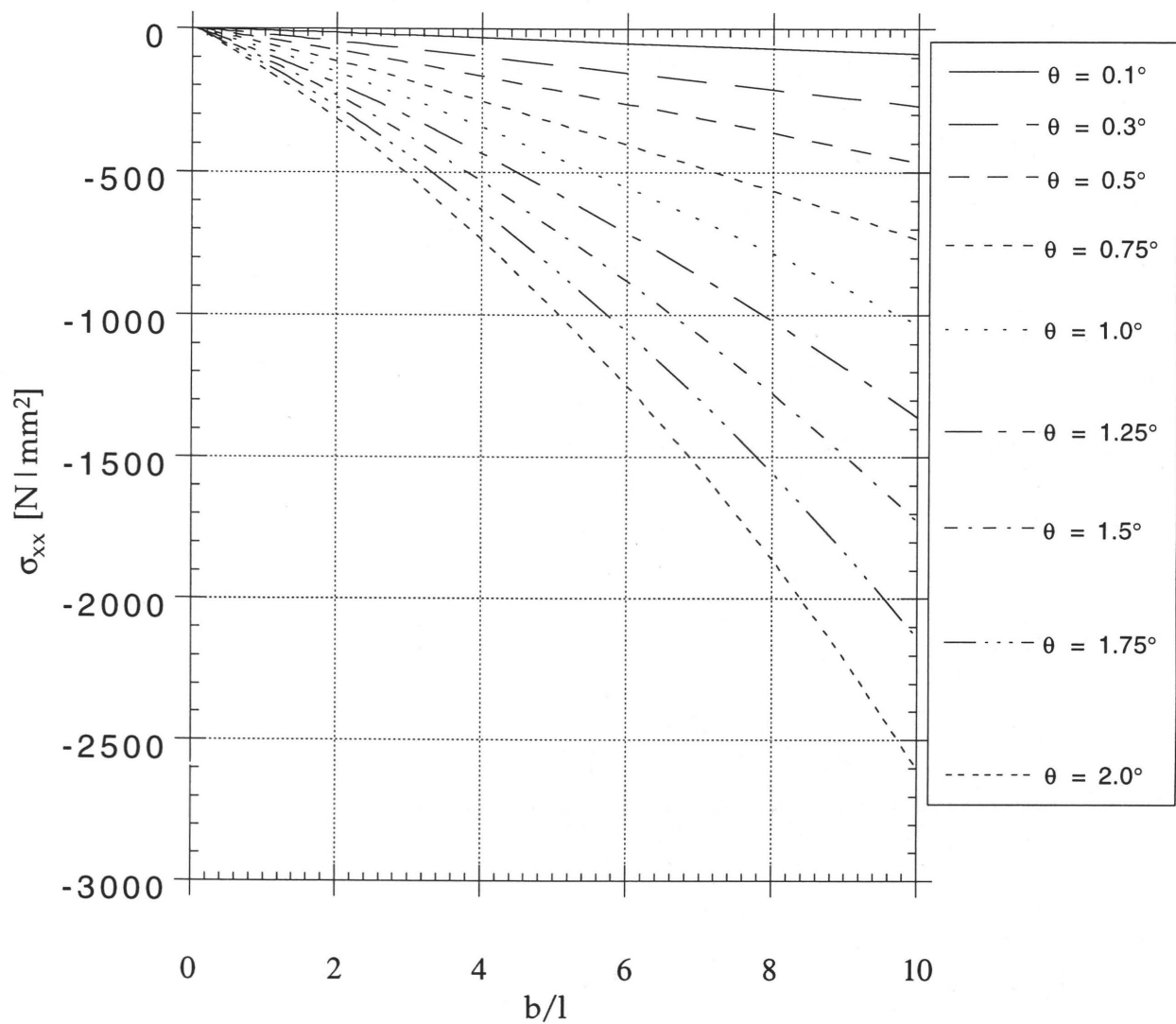


Abbildung 5.2: Längsspannungsanteil vom Zugdiagonalfeld an der Ecke $x=l$, $y/b=1$ für verschiedene Breiten-/Längenverhältnisse und auslaufseitigen Schiefstellungen für die Einlaufrandbedingung der in Längsrichtung festgehaltenen Ecken

5.2. Randbedingung: Auslaufseitig achsparallele Bahnkante in der Bahnmitte

Analog zur Berechnung der Eingangsverdrehung der achsparallelen Bahnkante berechnet sich die Schiefstellung

$$\tan \theta_A = \frac{\frac{\partial u_x}{\partial y}}{1 + \frac{\partial u_y}{\partial y}} \bigg|_{x=\ell, y=0},$$

aus der wiederum die Querbelastrung

$$P_{ymx} = \frac{\tan \theta_A (E_x - \nu_x P_x)}{A_{03} + 3C_{00mx}}$$

und die Spannungen

$$\sigma_{xy \max}(\ell, 0) = \frac{\tan \theta_A (E_x - \nu_x P_x)}{A_{03} + 3C_{00mx}} C_{00mx} L^2 \quad (5.5)$$

$$\sigma_{xx \max}(\ell, b) = \frac{\tan \theta_A (E_x - \nu_x P_x)}{A_{03} + 3C_{00mx}} A_{03mx} L \quad (5.6)$$

berechnet werden.

Wie im vorhergehenden Fall führt die Querkontraktion aufgrund des Bahnzuges zu einer Verringerung des Klammerausdrucks, der als resultierender Elastizitätsmodul interpretiert werden kann. Im Nenner hat der winkelabhängige Klammerausdruck, der im vorhergehenden Fall mit der Konstanten A_{03} multipliziert wurde, den konstanten Wert 1 angenommen.

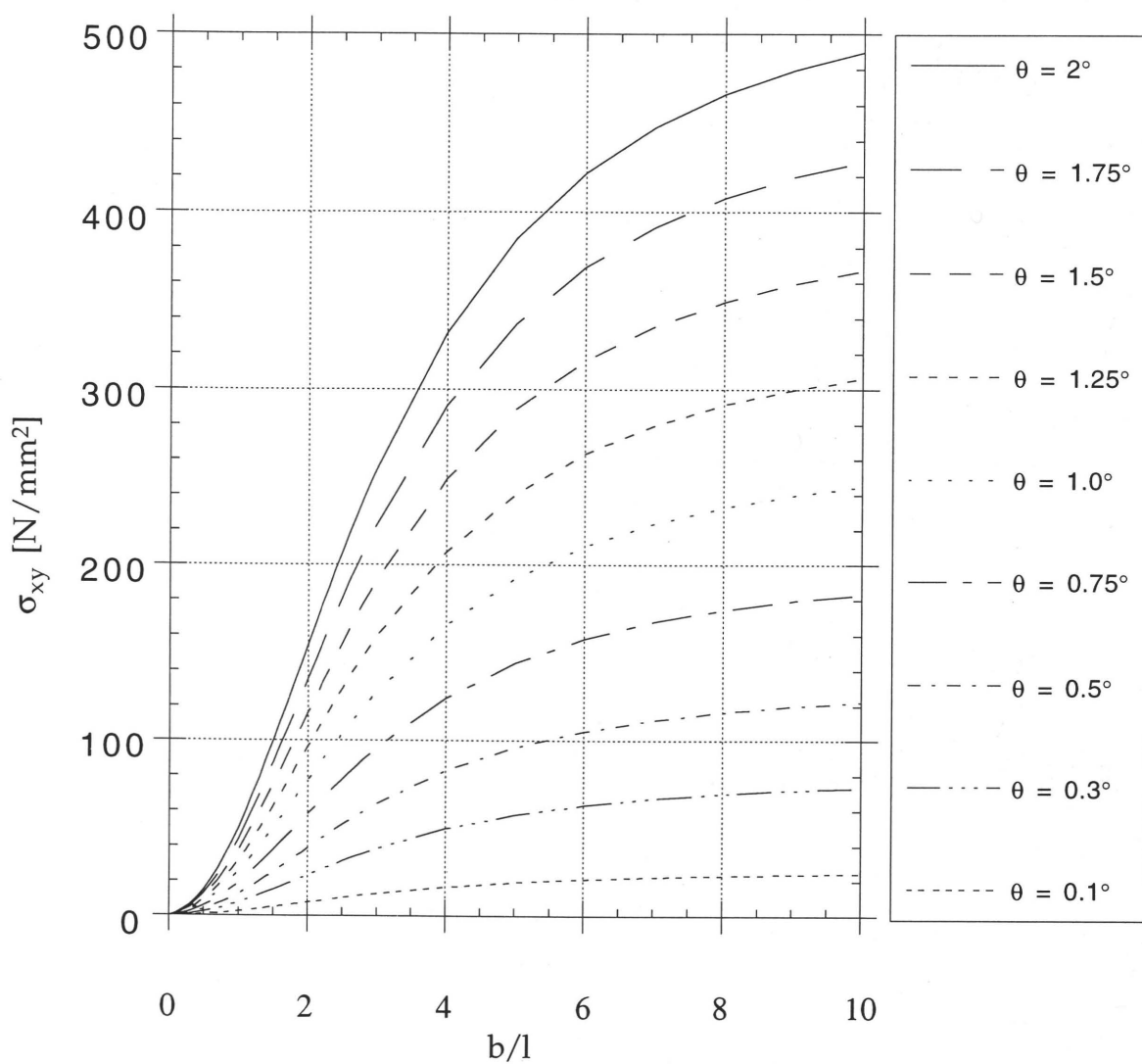


Abbildung 5.3: Maximale Schubspannung für verschiedene Breiten-/Längenverhältnisse und auslaufseitigen Schiefstellungen für die Einlaufrandbedingung der achsparallelen Bahnkante

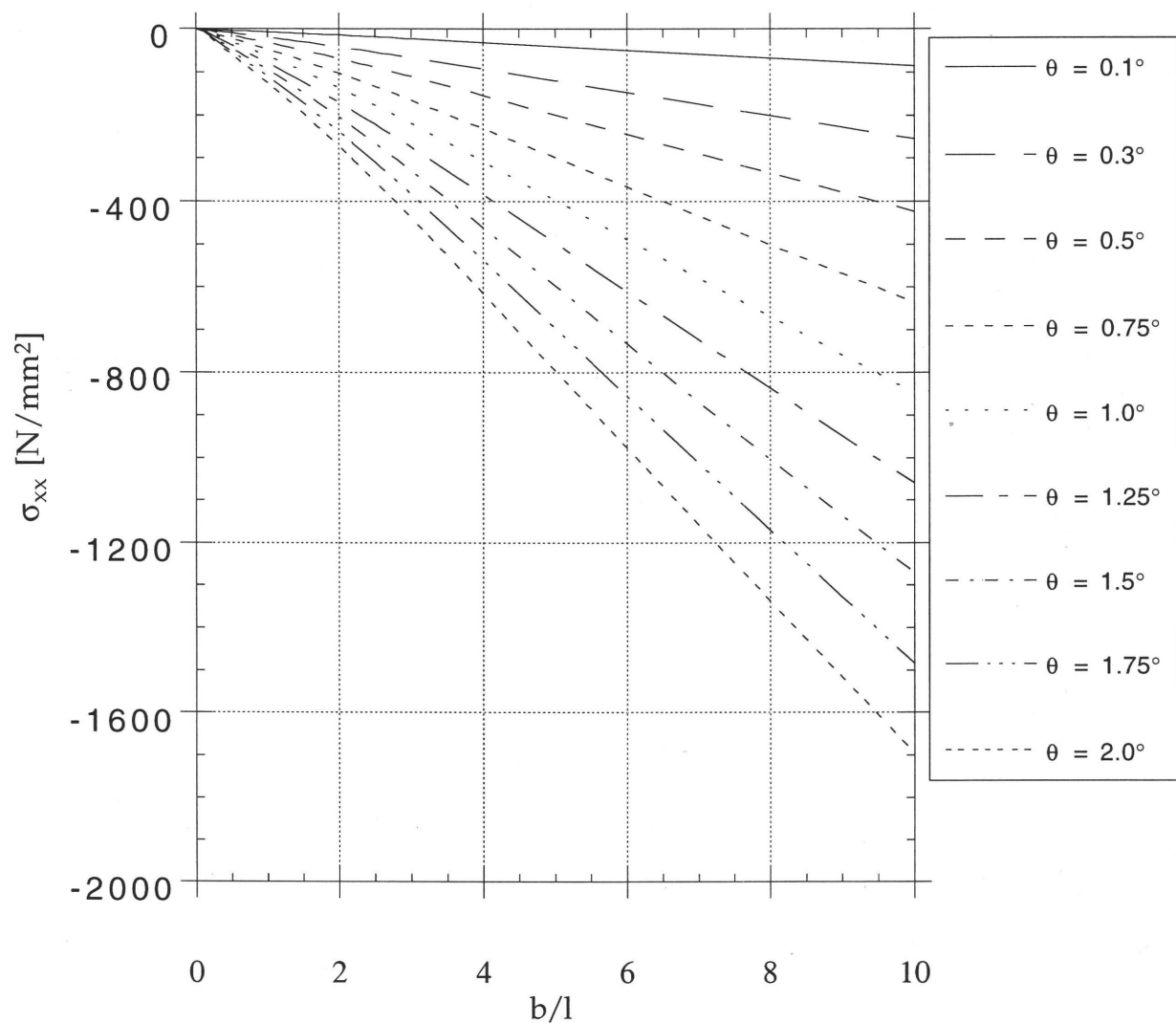


Abbildung 5.4: Längsspannungsanteil vom Zugdiagonalfeld an der Ecke $x=\ell$, $y/b=1$ für verschiedene Breiten-/Längenverhältnisse und auslaufseitigen Schiefstellungen für die Einlaufrandbedingung der achsparallelen Bahnkante

5.3. Randbedingung: Auslaufseitig senkrechter Bahnaufbau in der Bahnmitte

Für diesen Fall ermittelt man mit Hilfe der Skizze Abb. 4.5. und der Gleichung 4.24 die Schiefstellung

$$\tan \theta_A = \frac{\frac{\partial u_y}{\partial x}}{1 + \frac{\partial u_x}{\partial x}} \bigg|_{x=\ell, y=0} = \frac{\frac{1}{E_x} [a_{03} \ell + 3 \ell^2 C_0]}{1 + \frac{a_{02}}{E_x}}$$

woraus wieder die Querbelastrung

$$p_{y \text{ my}} = \frac{\tan(\theta_A) (E_x + p_x)}{A_{03m} + 3 C_{00my}}$$

und die Spannungen

$$\sigma_{xy \text{ max}} (y=0) = \frac{3 \tan(\theta_A) (E_x + p_x)}{A_{03} + 3 C_{00my}} C_{00my} L^2 \quad (5.7)$$

$$\sigma_{xx} (x=\ell, y/b=1) = \frac{-\tan(\theta_A) (E_x + p_x)}{A_{03} + 3 C_{00my}} A_{03} L \quad (5.8)$$

berechnet werden. Die gewonnene Beziehung unterscheidet sich von dem vorhergehenden Fall nur durch die Vergrößerung der Steifigkeit, da der Bahnzug zum Elastizitätsmodul addiert wird. Zusätzlich ist zu beachten, daß die Konstante C_{00my} bei einem gewissen Breiten-/Längenverhältnis ihr Vorzeichen wechselt (siehe auch Diskussion zu Gl. 4.65).

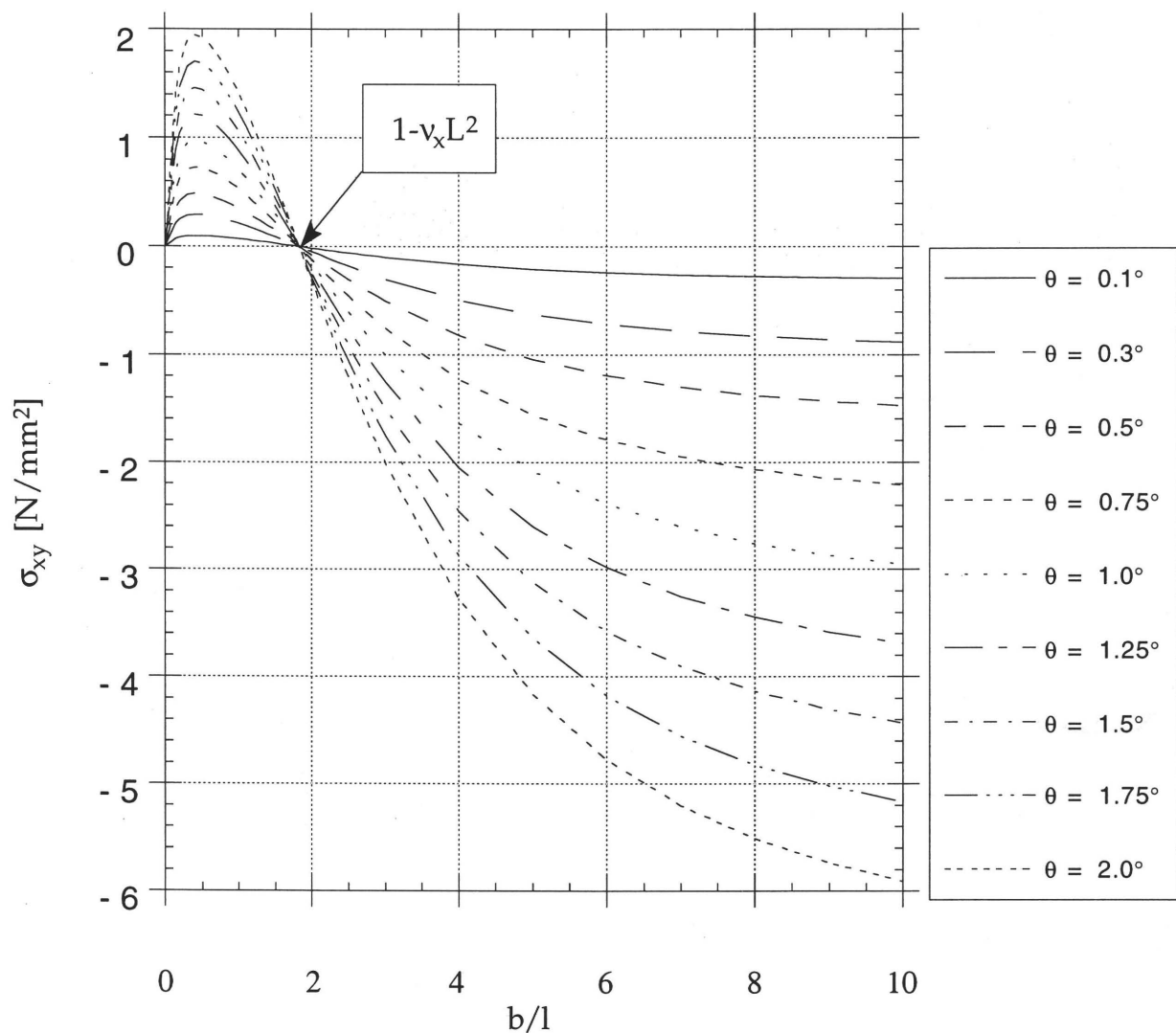


Abbildung 5.5: Maximale Schubspannung für verschiedene Breiten-/Längenverhältnisse und auslaufseitigen Schiefstellungen für die Eingangsrandbedingung des senkrechten Bahnablaufes

In diesem Fall fällt besonders der Vorzeichenwechsel in der Schubspannung auf, den man sich anschaulich derart erklären könnte, daß das Zugdiagonalfeld die Scheibe so stark auslenkt, daß die Schubspannung der Auslenkung entgegenwirken wird.

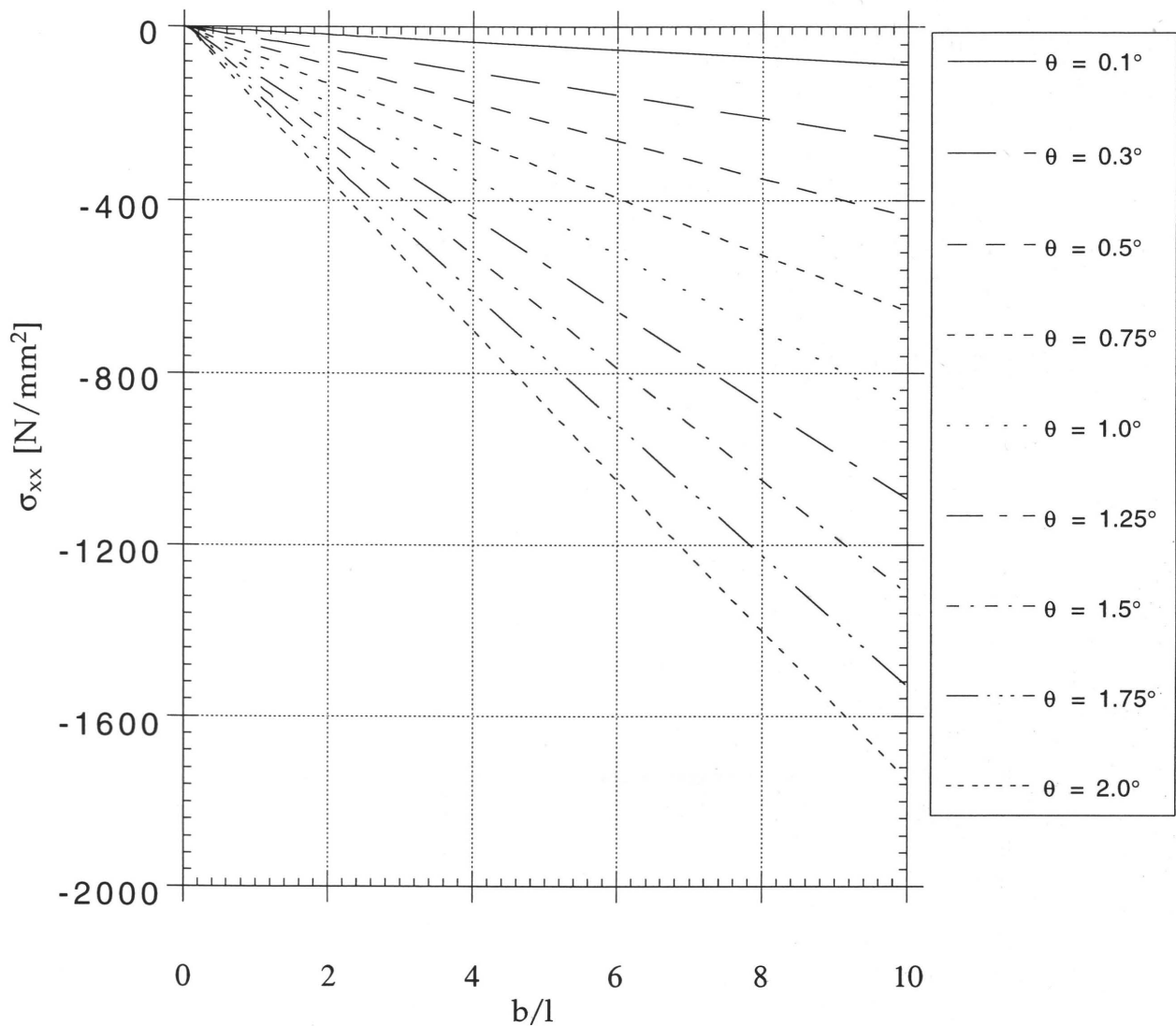


Abbildung 5.6: Längsspannungsanteil am Zugdiagonalfeld für verschiedene Breiten-/Längenverhältnisse und auslaufseitigen Schiefstellungen für die Eingangsrandbedingung des senkrechten Bahnablaufes

Setzt man in der Bestimmungsgleichung (4.61) für die Konstante C_0 die Konstante C_1 derart, daß der Zähler nicht mehr Null werden kann, erhält man einen kaum veränderten Eingangsverschiebungsverlauf, so daß die oben angesetzte Bestimmungsgleichung für die Querbelastrung bei der Erweiterung um die Konstante weiterhin verwendet werden kann. Unter der Annahme

$$\frac{\partial C_1}{\partial C_0} = \frac{C_1}{C_0}$$

ergibt sich die Ungleichung $\ell^2 - b^2 v_x + 2 E_x \frac{C_1}{C_0} \geq 0$.

Aus der Vielzahl der Lösungen wird die Lösung gewählt, in der das Gleichheitszeichen gilt

$$C_1 = \frac{C_0}{2 E_x} b^2 v_x. \quad (5.9)$$

Mit der veränderten Randbedingung ergibt sich folgender Schubspanungsverlauf:

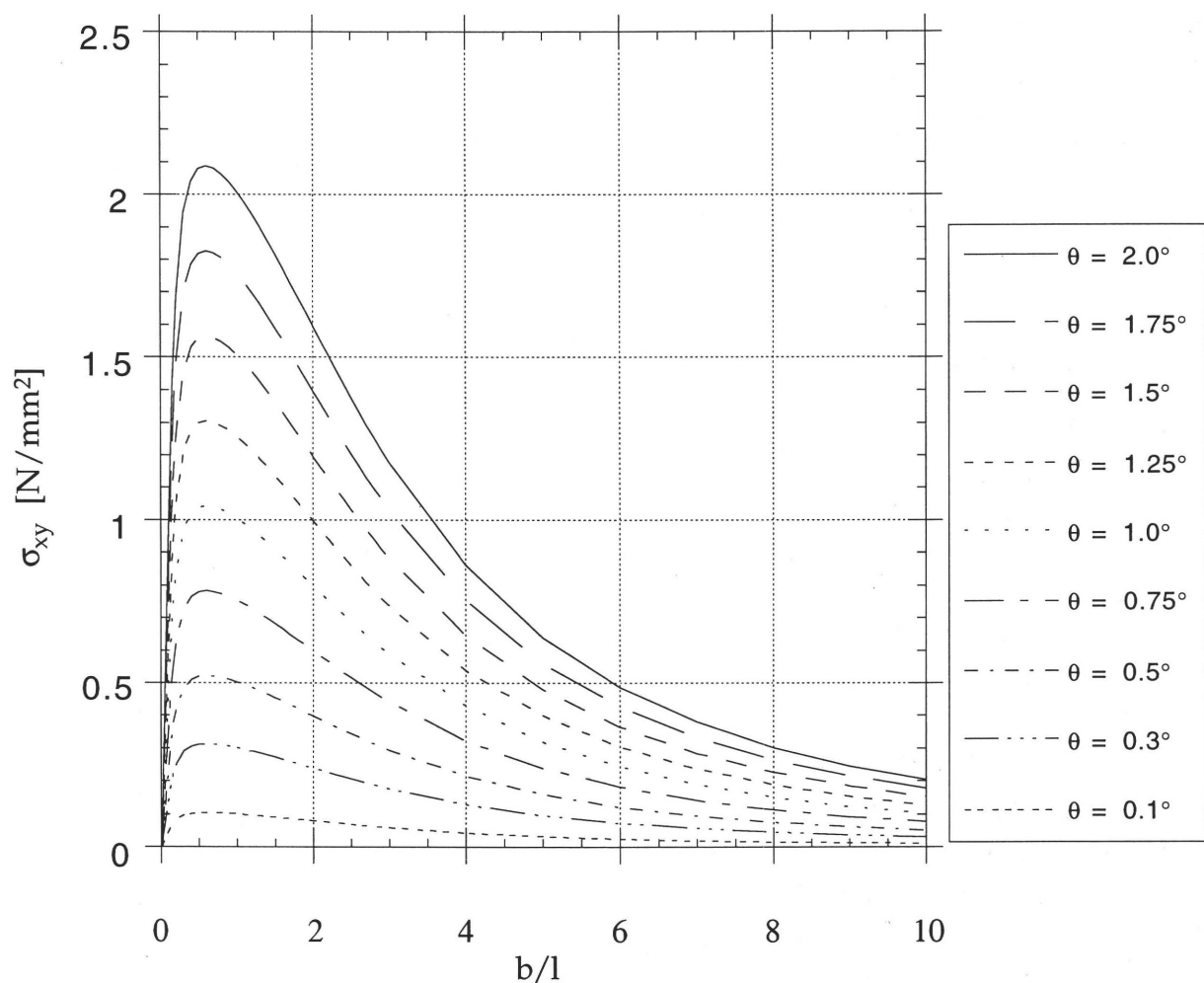


Abbildung 5.7: Maximale Schubspannung für verschiedene Breiten-/Längenverhältnisse und auslaufseitigen Schiefstellungen für die veränderte Ausgangsrandbedingung des senkrechten Bahnauflaufes

Der Verlauf der Längsspannung hat sich durch die Veränderung der Konstanten C_1 nicht erkennbar verändert.

5.4. Diskussion der Verläufe

Bei dem Vergleich der durch die drei Randbedingungen veränderten Spannungsverläufe fällt auf, daß für die Randbedingung der festgehaltenen Ecken die größten Spannungswerte bestimmt werden. Erklären kann man sich das durch den auszuübenden Zwang auf die Materialbahn, da die Winkelverzerrung in der Bahnmitte zu den Ecken ausgeglichen werden muß. Diesen Zwang übt hauptsächlich das Zugdiagonalfeld aus. Für die Randbedingung der achsparallelen Kante nimmt der Maximalwert des Zugdiagonalfeldes ab, da der Zwang auf die Bahneckern entfällt (siehe auch Abbildung 4.8). Die Schubspannung hat sich zwischen beiden Randbedingungen kaum erniedrigt.

Für die Randbedingung des senkrechten Bahnablaufs bzw. des senkrechten Bahnaufbaus berechnet man wesentlich geringere Schubspannungen, die auch für gewisse Geometrien das Vorzeichen wechseln. In der angepaßten Form der Randbedingung (Gl. 5.9) werden die geringsten Schubspannungen berechnet, die im Gegensatz zu den anderen berechneten Fällen bei breiteren Bahnen auch abnehmen. Die integrale Querbelastrung wird jedoch auch mit der Bahnbreite anwachsen.

5.5. Ergebnisse

Die Untersuchung der einzelnen möglichen Randbedingungen und der Belastungsfälle hat gezeigt, daß bei einer an einer Seite normal und tangential in der Scheibenebene belasteten Scheibe sowohl Schubspannungen als auch ein Zugdiagonalfeld wirken.

Mit steigender Querbelastrung (Schiefstellung) wachsen sowohl die Schubspannungen als auch das Zugdiagonalfeld mit zunehmendem Breiten-/Längenverhältnis an, wobei man aus den Diagrammen erkennen kann, daß bei sehr großen Breiten-/Längenverhältnissen und Schiefstellungen die Spannungsbeträge für den Bahntransport unrealistisch große Werte annehmen. Es bleibt daher zu vermuten, daß Materialbahnen bei diesen Belastungssituationen nicht der Schiefstellung des auslaufseitigen Bahnführungselementes folgen. Diese Vermutung steht im Gegensatz zu der Beobachtung von SHELTON /36/, daß die Materialbahn senkrecht auf das Bahnführungselement aufläuft. Die Randbedingung des senkrechten Bahnaufbaus ist bei den ermittelten Belastungen nur bereichsweise über der Bahnbreite möglich, wobei die theoretisch gezeigte breitenabhängige Abweichung meßtechnisch nur mit

erheblichem Aufwand bestimmt werden kann. Andererseits ist bei diesen hohen Belastungen auch ein Gleiten der Materialbahn auf dem einlaufseitigen Bahnführungselement zu beobachten, wie GEDL, KEHLBACH und GOOD /18/ in ihren experimentellen Untersuchungen nachgewiesen haben.

Die weitere Forderung nach einem über der Bahnbreite konstanten Bahnzugskraftverlauf in der Auflauflinie des auslaufseitigen Bahnführungselementes ist durch das Auftreten des Zugdiagonalfeldes auch nicht erfüllbar. Die Rechnungen zeigen, daß bei breiteren Bahnen und größeren Schiefstellungen die Maximalbelastung aus dem Zugdiagonalfeld schnell anwächst, so daß neben den Schubspannungen auch das Zugdiagonalfeld auf der entspannten Bahnseite schnell zu Druckspannungen führen kann, oder zumindest zu einer nicht gespannten Bahnkante führt, wie SHELTON /37/ annimmt.

Im Einlaufbereich führen beide untersuchten Querbelastrungsmechanismen zu einem Zugdiagonalfeld, das eine Eingangsverdrehung der Bahn bewirkt. Dieses Zugdiagonalfeld muß sich auf dem eingangsseitigen Bahnführungselement aus dem über der Bahnbreite konstanten Bahnzugskraftverlauf aus dem vorhergehenden Bahnführungsabschnitt aufbauen. Die resultierende Verschiebung auf dem Bahnführungselement ergibt die Eingangsverdrehung. Da die Kraftübertragung auf den Bahnführungselementen die entscheidenden Randbedingungen zur Bestimmung des Spannungsverlaufes in der Materialbahn in dem freien Bahnführungsabschnitt bewirken, ist eine generelle Diskussion über dieses Thema zu führen.

6. Modellierung der Kraftübertragung an Bahnführungselementen

Bei Bahnführungselementen werden die Achs- und Umfangskräfte aus den herrschenden Reib- und Haftbedingungen zu bestimmen sein. Bisher sind vorwiegend Untersuchungen zur qualitativen und quantitativen Bestimmung dieser Kräfte nur für einachsige Modelle durchgeführt worden. Einer Übertragung auf den zweidimensionalen Fall wird zunächst eine Diskussion der einachsigen Modelle zur Kraftübertragung in Umfangsrichtung vorangestellt.

KESSLER /23/ führt drei Grundarten von zylindrischen Bahnführungselementen an. Neben den rein umschlungenen Zylindern (z. B. Leitwalzen) werden bei Zugwerken zur Steigerung der übertragbaren Lasten Anpreßelemente verwendet. Dabei handelt es sich i. d. R. um viskoelastisch bezogene Walzen, die häufig als Presseure bezeichnet werden. Um eine größere Anpreßfläche zu erhalten, werden Anpreßbänder verwendet (z. B. Gurtantriebe bei Wicklern von Papierrollen).

Die Kraftübertragung an Zugwerken mit Anpreßelementen stellt sich sehr vielschichtig dar. Zur Modellierung sind unter anderem der Bahnauflaufpunkt auf das Zugwerk oder dem Presseur, die Anpreßbedingungen, die Bahnzugskraft und die Bahngeschwindigkeit zu berücksichtigen. Die komplexen Vorgänge bei der Kraftübertragung führen zu teils unerwarteten Auswirkungen: NEUSER und HARS /27/ berichten über höhere Bahngeschwindigkeiten in den vor dem ziehenden Zugwerk (!) liegenden Bahnführungsabschnitt, wobei zur Erklärung des Phänomens angenommen wurde, daß die Materialbahn im Bereich der größten Dehnung des Presseurs aufläuft, und die Dehnung – und nach der Kontinuitätsgleichung auch die Geschwindigkeit – des Presseurs bis zur Nipstelle abnimmt. Über experimentelle Untersuchungen an einem Tiefdruckzugwerk berichten SCHEUTER, MEIßNER und SUTANTO /35/. Theoretische Untersuchungen zur Förderwirkung von Bedruckstoffmaterialien findet man bei JÖRG /22/, SOONG und LI /40/.

Das Augenmerk dieser Untersuchung gilt den rein umschlungenen Zylindern, für die die Kraftzunahme in der Bahn von den übertragenen Reibkräften abhängt. Es werden hauptsächlich die vier im folgenden aufgeführten Klassen zur Beschreibung der Reibvorgänge gebraucht:

- Haftreibung
- Festkörper-Gleitreibung

- Mischreibung
- Flüssigkeitsreibung

Unter Haften (oder Haftreibung) versteht man, daß keine Relativbewegung zwischen der Bahn und dem Bahnführungselement auftritt. Da die Bahnführungselemente gegenüber der Materialbahn wesentlich dehnsteifer sind, kann man diese im Verhältnis zur Materialbahn als dehnstarr bezeichnen. Da Relativbewegungen und Dehnungsänderungen der Materialbahn gegenüber dem Bahnführungselement wegen der Haftbedingung nicht auftreten, folgt mit dem linear-elastischen Werkstoffgesetz, daß ein Bahnteilchen an dem Bahnführungselement keine zeitliche Änderung der Bahnzugskraft

$$\frac{DS}{Dt} = 0 \quad (6.1)$$

feststellt. Über den Verlauf der Bahnzugskräfte in der Haftzone, die, wenn vorhanden, am Bahnaufbau ist, führt BRANDENBURG /5/ eine ausführliche Diskussion. Er zeigt, daß zwischen einer Abweichung der Bahnzustandsgrößen von den stationären Werten vor und hinter dem Bahnführungselement unterschieden werden muß. Bei Schwankungen der Bahnzugskraft hinter dem Bahnführungselement wird die Haftzone je nach Betrag und Vorzeichen vergrößert oder verkleinert. Das erklärt die Tatsache, daß genügend kleine Schwankungen der Bahnzustandsgrößen sich nicht gegen die Bahnaufrichtung auswirken, solange die Belastungen nicht größer als die übertragbare Haftkraft sind.

Mit zeitlich konstanten Bahnzugskräften im Einlauf ändern sich somit nicht die Bahnzugskräfte in der Haftzone

$$S_1 = S_2 \quad (6.2)$$

und bleiben gleich. Läuft die Materialbahn in Bahnaufrichtung mit unterschiedlichen Bahnzugskräften auf das Bahnführungselement auf, und die maximalen Haftkräfte sind größer als die örtlichen Kraftdifferenzen in der Materialbahn, werden benachbarte Bahnteilchen mit unterschiedlichen Bahnzugskräften und entsprechenden Bahndehnungen durch die Haftzone gefördert.

Bahnführungselemente sind, wenn auch nur in geringem Maße, reibungsverlustbehaftet, so daß eine Kraftänderung über die Umschlingung des Bahnführungselementes auftreten muß. Eine Kraftänderung verbunden mit einer Deh-

nungsänderung setzt eine Relativbewegung zwischen Materialbahn und Bahnführungselement voraus, d. h., es muß einen Gleitreibungsbereich geben. Findet der Reibvorgang durch direkten ungeschmierten Kontakt zwischen der Materialbahn und der Oberfläche des Bahnführungselementes statt, so ergibt die Bahnzugkraftänderung mit dem Coulombschen Reibgesetz die Eytelweinsche Gleichung

$$\frac{S_2}{S_1} = \exp(\mu \cdot \varphi \cdot \text{sign}(v_{\text{Bahn}} - v_{\text{Walze}})), \quad (6.3)$$

die vielfach zur Modellierung der Kraftübertragung an Bahnführungselementen verwendet wird /5, 23, 27/. DALY /11/ stellt Meßergebnisse vor, die auf eine Abnahme des Reibkoeffizienten bei höheren Bahngeschwindigkeiten, niedrigeren Grundbahnzugkräften, luftundurchlässigen und trockenen Materialbahnen deuten. ADAMS /1/ greift diese Meßergebnisse auf und erklärt die Abnahme des Reibkoeffizienten mit der Bildung eines Luftspaltes zwischen der Materialbahn und dem Bahnführungselement. SCHUSTER /38/ übertrug die bekannten Luftspaltergebnisse bei Magnetbändern an Tonköpfen auf die Bahnführung in Druckmaschinen. Unter der Annahme eines um das Bahnführungselement bereichsweise konstanten Luftdruckes (Uniformitätsbereich) leitete SCHUSTER eine Differentialgleichung für die Luftspalthöhe ab, die sowohl die seitliche Leckströmung als auch die Porosität der Materialbahn berücksichtigt. Für luftundurchlässige Materialbahnen berechnet Schuster /38/ die Luftspalthöhe

$$h_0 = \frac{20 b}{1 + 20 b} 0,643 r_0 \left(\frac{6 \eta U}{T} \right)^{2/3}, \quad (6.4)$$

die sehr gut mit seinen gemessenen Luftspalthöhen korreliert. Setzt man praxisrelevante Werte in die Gleichung ein, berechnet man Luftspalthöhen

$$\begin{aligned} h_0 &= \frac{20 \cdot 1 \text{ m}}{1 \text{ m} + 20 \cdot 1 \text{ m}} 0,643 \cdot 0,1 \text{ m} \left(\frac{6 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ kg/(m s)} (10 \text{ m/s} + 10 \text{ m/s})}{300 \text{ N/m}} \right)^{2/3} \\ &= 24,5 [\mu\text{m}], \end{aligned}$$

die größer sind als die Summe der Oberflächenrauigkeiten von Bahnführungselementen und Bedruckstoffmaterialien. Betrachtet man die Kraftübertragung bei einem ausgebildeten Luftspalt zwischen Bahnführungselement und Materialbahn, wird die Kraftübertragung über die eingeschlossene Luft (Flüssigkeit) erfolgen. Für

diesen Fall wird man die Kraftübertragung mit der Newtonschen Schubspannungshypothese

$$\tau = -\eta \frac{dv}{dh} \quad (6.5)$$

modellieren. Um aus den Flüssigkeitsschubspannungen zu der Bahnzugkraftänderung zu gelangen, sind diese über den Umschlingungsbereich und die Bahnbreite zu integrieren

$$S_2 - S_1 = \int_0^b \int_0^\varphi \tau \, r \, d\bar{\varphi} \, d\bar{b}. \quad (6.6)$$

Für experimentelle Untersuchungen ist es notwendig, das Bereichsintegral näherungsweise zu bestimmen, um eine analoge Beziehung der Bahnzugkraftänderung zu erhalten. Nach der Definitionsgleichung der Schubspannung (6.5) sind die Geschwindigkeitsdifferenz und die Luftspalthöhe veränderlich. Die Geschwindigkeitsdifferenz wird sich nur sehr gering ändern, und die Luftspalthöhe bleibt nach den Untersuchungen von SCHUSTER /38/ über die Bahnbreite und die Umschlingung nahezu konstant. Daher ist es zulässig, die Schubspannungen als konstant vorzusetzen. Ausführen der Integration ergibt für die Bahnspannungsdifferenz

$$S_2 - S_1 = \tau \, r \, \varphi \, b \quad (6.7)$$

die resultierende übertragene „Flüssigkeitsreibungskraft“. Andererseits erhält man die Bahnzugkraftänderung bei Coulombscher Reibung für kleine Bahnzugkraftdifferenzen durch Reihenentwicklung der Gleichung (6.3) und Abbruch nach dem linearen Glied:

$$S_2 - S_1 = S_1 (\pm\mu) \varphi. \quad (6.8)$$

Ist der Luftspalt noch nicht voll ausgebildet, werden die Reibkräfte sowohl von der eingeschlossenen Luft als auch von den noch in Kontakt befindlichen Oberflächenrauigkeiten übertragen. In diesem Fall spricht man von Mischreibung. Ein geschlossener formelmäßiger Zusammenhang ist aus der Gleitlagertheorie /45/ in der Form bekannt, daß sich der Reibkoeffizient additiv aus dem Flächenanteil mit Festkörperreibung und dem Flächenanteil mit Flüssigkeitsreibung berechnet.

ONO /29/ untersuchte die axiale Bewegung von einem transportierten Magnetband an einer drehenden Rolle. Zur Modellierung der Reibkräfte in Achs- und Umfangsrichtung setzte er das Coulombsche Reibgesetz mit einem Reibkoeffiziententensor an, der nur auf der Hauptdiagonalen besetzt ist.

$$\begin{pmatrix} p_\varphi \\ p_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_\varphi & 0 \\ 0 & \mu_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \operatorname{sign}(v_{\varphi \text{Bahn}} - v_{\text{Walze}}) \\ p \operatorname{sign}(v_{y \text{Bahn}}) \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

Dieses Modell ist auf die zweidimensionale Bahn übertragbar, um die Reibbelastungen aus den Gleichungen (5.12, 5.13) zu bestimmen. Dieser Ansatz für die zweiachsige Reibkraftbeschreibung ermöglicht die getrennte Bestimmung der Reibkräfte in Umfangsrichtung und in Achsrichtung des Bahnführungselementes.

6.1. Experimentelle Bestimmung der Reibkräfte in Bahnlaufführung

Aus der Gegenüberstellung der Kraftübertragungsmodelle in Bahnlaufführung, die zwischen der Materialbahn und dem Bahnführungselement je nach Bahngeschwindigkeit und Bahnzugskraft bzw. dem Luftspalt anzusetzen sind, ist es nicht ersichtlich, mit welchem Ansatz die Kraftübertragung in Bahnlaufführung hinreichend genau modelliert werden kann. Dieser Frage soll experimentell nachgegangen werden.

Um die aufgezeigte Problemstellung zu beleuchten, wurden an einer Versuchsrollenrotationsdruckmaschine, die im Anhang näher beschrieben ist, folgende Untersuchungen durchgeführt:

- Ermittlung der Bahnzugskraftdifferenz an einem feststehenden, d. h. nicht rotierenden, rein umschlungenen Bahnführungselement in Abhängigkeit der Bahngeschwindigkeit und des Umschlingungswinkels. Bei dieser Untersuchung herrscht über den gesamten Umschlingungsbereich Gleitreibung mit zusätzlich großem Geschwindigkeitsgradient zwischen Materialbahn und Bahnführungselement.
- Ermittlung der Bahnzugskraftdifferenz an demselben Bahnführungselement, das für diese Versuchsreihe mit einer relativen Geschwindigkeitsdifferenz zu dem die Bahngeschwindigkeit vorgebenden Zugwerk angetrieben wird. In dieser Versuchsreihe verringert sich durch die eingestellte Dreh-

zahl des Bahnführungselementes der Geschwindigkeitsgradient zwischen Materialbahn und Bahnführungselement. Hierbei können eventuell Haftbereiche bei kleinen eingestellten Relativbewegungen auftreten.

Die Bahnführung an dem Bahnführungselement (Zugwerk 3 in der Übersichtsskizze Abbildung A.1) wurde für diese Untersuchungen wie im folgenden dargestellt gewählt.

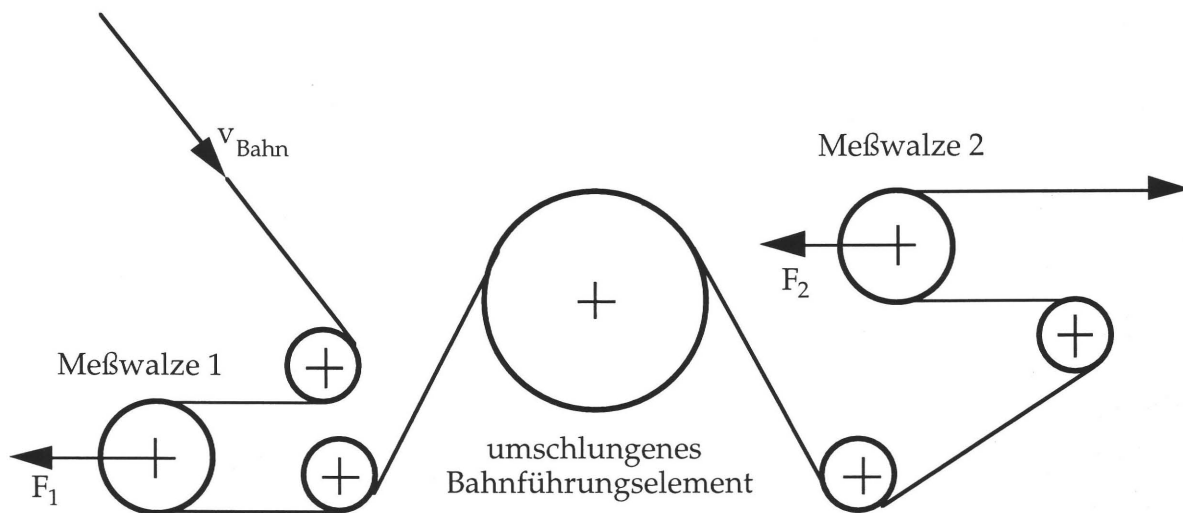


Abbildung 6.1: Bahnführung und Meßpunkte am Zugwerk 3

Aus der Skizze ist ersichtlich, daß die an den Meßwalzen gemessenen Bahnzugskräfte nur unter der Annahme von masselosen und reibungsfreien zusätzlich in den Bahnweg zwischen Meßwalze und zu untersuchendem Bahnführungselement eingebrachten Leitwalzen übereinstimmt. Zur Untersuchung der last- und geschwindigkeitsabhängigen Reibungsverluste der Meß- und Leitwalzen wurden Auslaufversuche durchgeführt. Bei den Auslaufversuchen wurden zwei Bahnführungswalzen (1. zwei Meßwalzen identischen Aufbaus; 2. eine Meß- und eine Leitwalze) mit einem endlosen Band umschlungen.

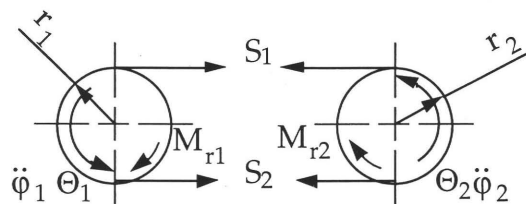


Abbildung 6.2: Bahnführung und Freikörperbild zum Auslaufversuch

Über einen Reibradantrieb wurden beide Walzen bis auf Maximalgeschwindigkeit beschleunigt, danach wurde der Antrieb entfernt und die Walzen rotierten über das endlose Band verbunden. Die Reibungsverluste in dem System führten zur Drehzahlabnahme, die meßtechnisch erfaßt und ausgewertet wurde. Zur Bestimmung des Verlustmomentes einer Meßwalze geht man von dem Drallsatz aus

$$\Theta_1 \ddot{\varphi}_1 = -M_{r1} + (S_2 - S_1) r_1 \quad \Theta_2 \ddot{\varphi}_2 = -M_{r2} - (S_2 - S_1) r_2. \quad (6.10)$$

Die Kopplung der beiden Gleichungen über die Seilkräfte und mit den Annahmen

$$\Theta_1 = \Theta_2 \quad \ddot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi}_2 \quad M_{r1} = M_{r2} \quad r_1 = r_2 \quad (6.11)$$

erhält man die Bestimmungsgleichung für das Verlustmoment einer Meßwalze

$$\Theta \ddot{\varphi} = \Theta \frac{2\pi}{60} \frac{dn}{dt} = -M_r \quad (6.12)$$

aus der Änderung der Walzendrehzahl über der Zeit. Die Auswertung der Versuche ergab für die Paarung Meßwalze – Meßwalze:

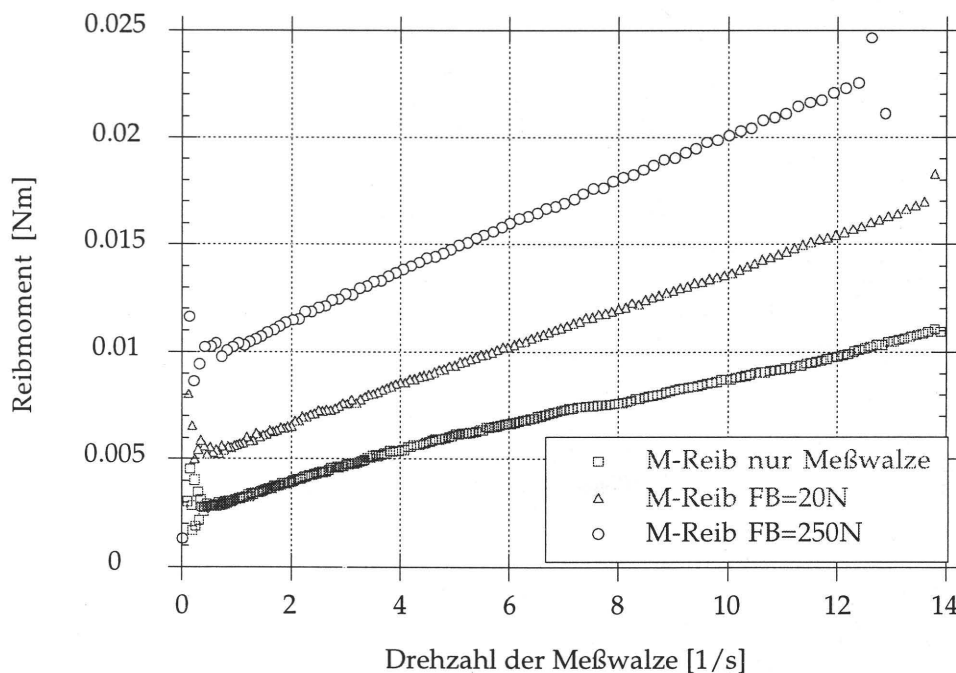


Abbildung 6.3: Verlustmoment einer Meßwalze in Abhängigkeit von dem Bahnzug (FB) und der Bahngeschwindigkeit in Form der Drehzahl der Meßwalze

Man erkennt aus den Kurvenverläufen, daß die Reibmomente sowohl mit der Drehzahl der Meßwalze als auch mit der Belastung zunehmen. In /17/ wird eine Abschätzung des Reibmomentes angegeben, daß sich aus einem geschwindigkeits- und einem belastungsabhängigen Anteil zusammensetzt. Die Abschätzgleichungen liefern geringere Werte jedoch in der gleichen Größenordnung, da die Einbaubedingungen in den Abschätzgleichungen für die Verlustmomente nicht berücksichtigt werden.

Der Abrollversuch für die Paarung Meß- und Leitwalze ergibt nach Abzug der Verlustmomente der Meßwalze folgenden Verlauf der Verlustmomente der Leitwalzen.

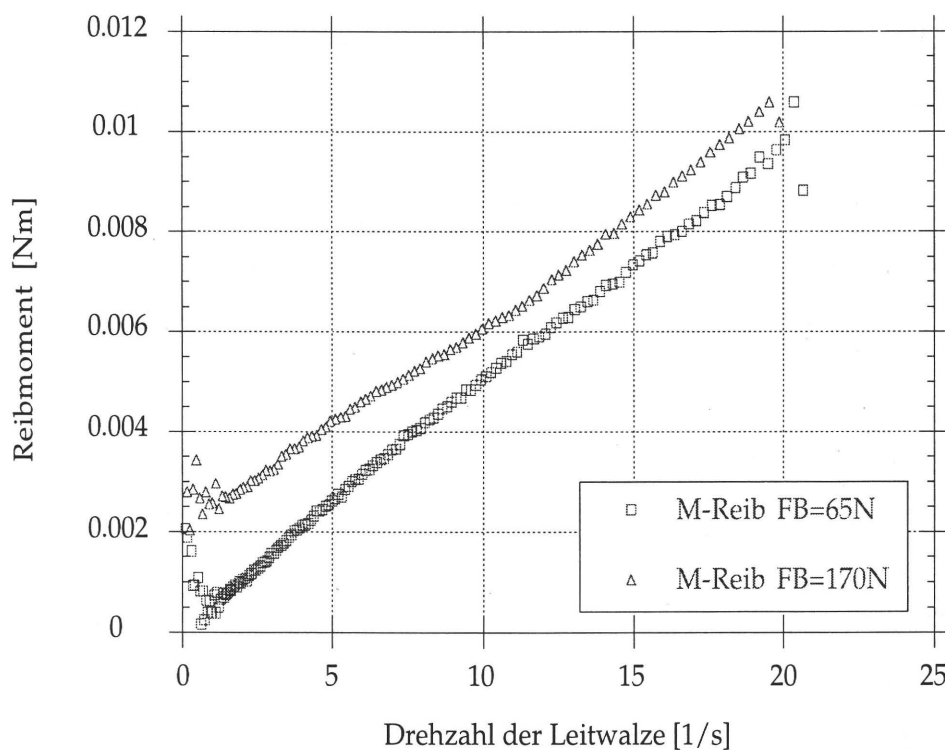


Abbildung 6.4: Verlustmoment einer Leitwalze in Abhängigkeit vom Bahnzug (FB) und der Bahngeschwindigkeit in Form der Drehzahl der Leitwalze

Aus den Meßergebnissen der Auslaufversuche gewinnt man durch Interpolation die Bestimmungsgleichungen für die Bahnzugsdifferenz an den in der Meßstrecke liegenden Leitwalzen in Abhängigkeit von der Bahngeschwindigkeit und der

Bahnzugskraft. Bei hohen Bahnzugskräften und Bahngeschwindigkeiten betragen die von der gemessenen Bahnzugskraft abzuziehenden Reibkräfte ca. 0,5 N pro Bahnführungselement.

6.2. Bestimmung des Reibkoeffizienten

Die Bestimmung des Reibkoeffizienten in Umfangsrichtung erfolgte im stationären Betrieb unter Maschinenbedingungen. Zur Reproduzierbarkeit der Ergebnisse wurden die Versuche mit einem endlosen Band durchgeführt, um die Einflüsse sich verändernder Bedruckstoffeigenschaften auszuschließen, da bekannt ist, daß sich die mechanischen Eigenschaften von Papierrolle zu Papierrolle ändern und selbst über eine Rolle nicht konstant sind. Es wurde als Bahnmaterial eine Folie verwendet, deren Dehnungseigenschaften in etwa mit Papieren vergleichbar sind, deren Reißfestigkeit aber wesentlich größer ist, so daß umfangreiche Versuchsreihen ohne Bahnwechsel durchgeführt werden konnten.

Pro Messung wurden die Meßwerte über 100 Sekunden aufgezeichnet. Der erhaltene Verlauf der Meßwerte über der Zeit war auf Grund der stationären Maschinenbedingungen nahezu konstant. Die nicht vermeidbaren Störungen z. B. durch die Klebestelle der endlosen Bahn waren von untergeordnetem Einfluß auf das Meßergebnis. Deshalb war es zulässig, zur Bestimmung der Reibwerte mit den Mittelwerten der Meßsignale zu arbeiten. Zur Auswertung wurde die Eytelweinsche Gleichung (6.3) nach dem Reibkoeffizient aufgelöst.

Man erkennt an dem folgenden Diagramm, daß der Reibkoeffizient von der reinen Gleitreibung bei niedrigen Geschwindigkeiten über die Mischreibung zur Flüssigkeitsreibung bei höheren Geschwindigkeiten abnimmt. Ab ca. 2 m/s Bahngeschwindigkeit ist der Luftspalt so groß, daß der Reibkoeffizient nahezu konstant ist. Auch zeigt sich, daß bei den höheren Geschwindigkeiten $v_{\text{Bahn}} > 2 \text{ m/s}$ die Veränderung des Umschlingungswinkels und der Grundbahnzugskraft keinen erkennbaren Einfluß auf den Wert des Reibkoeffizienten hat.

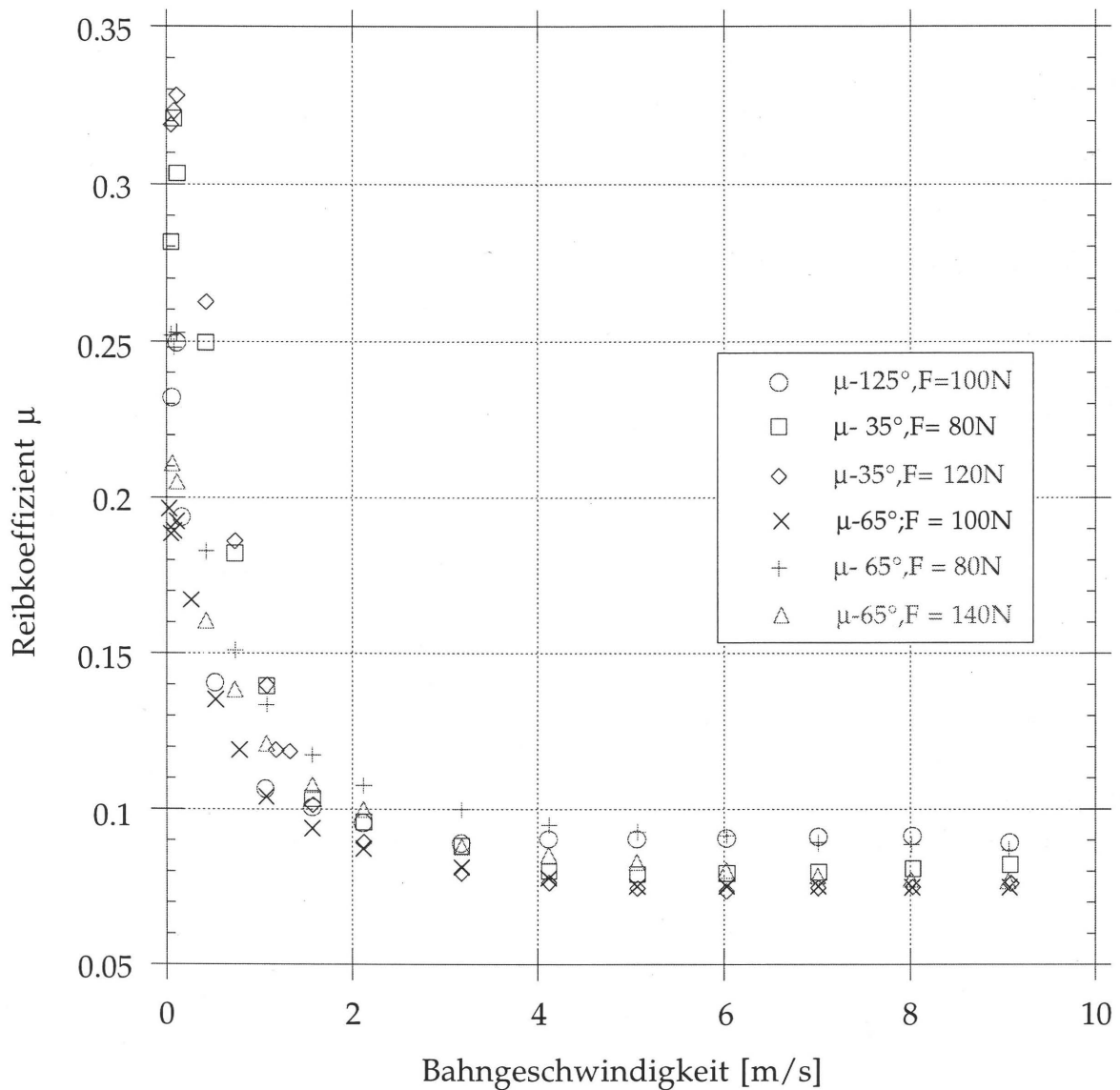


Abbildung 6.5: Reibwerte an einem feststehenden Bahnführungselement unter Variation der Bahngeschwindigkeit, Grundbahnzugskraft und der Umschlingung.

Auffällig ist jedoch der große Wert des aus den Meßwerten bestimmten Reibkoeffizienten, der bei reiner Flüssigkeitsreibung um eine Zehnerpotenz niedriger liegen müßte, wie man mit Gleichungen (6.4, 6.5, 6.7 und 6.8) ermittelt.

$$\mu = \frac{\Delta v}{\Delta h} \frac{b r \eta}{S_1} \quad (6.13)$$

$$= \frac{10 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{20 \cdot 10^{-6} \text{ m}} \frac{0,3 \text{ m} \cdot 0,15 \text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m s})}{100 \text{ N}} = 0,0045$$

Der höhere Reibwert der Messung gegenüber dem Reibkoeffizienten bei reiner Flüssigkeitsreibung legt den Schluß nahe, daß entweder Mischreibung vorliegt, und/oder daß der Luftspalt wesentlich kleiner als durch die Gleichung (6.4) berechnet ist. Der Einfluß der Mischreibung dürfte nicht der Hauptgrund für die Erhöhung des Reibkoeffizienten sein, da das verwendete Bahnführungselement ($R_t \approx 2 \mu\text{m}$) und auch die Folie recht glatte Oberflächen aufweisen. Meßtechnisch konnte der Luftspalt mit einem Abstandsmeßgerät nicht bestimmt werden, da das zur Verfügung stehende Lasertriangulationsverfahren für die klarsichtige Folie nicht einsetzbar war. An der Folie wurde eine merkliche statische Aufladung beobachtet, die möglicherweise an dem Bahnführungselement zu einer Luftspaltreduzierung führte. Über eine bewußt eingesetzte elektrostatische Anpressung berichten LITTERST, KÜHLMAYER und BRÖTZ /24/ an Kühlzylindern von Offsetrollenrotationen.

In der zweiten Versuchsreihe wurde das umschlungene Bahnführungselement angetrieben. Der Antrieb wurde so eingestellt, daß das umschlungene Bahnführungselement gegenüber dem Hauptzugwerk, das die Bahngeschwindigkeit vorgibt, in einstellbaren festen relativen Geschwindigkeitsrelationen langsamer lief. Die Geschwindigkeitsrelationen betrugen -2%, -1%, und -1%.

Aus den Meßergebnissen, die im folgenden Diagramm aufgetragen sind, ist die klare Tendenz zu entnehmen, daß der Reibkoeffizient bei diesem Bahnmaterial ab einer Bahngeschwindigkeit von 2 m/s nahezu konstant ist. Weiterhin sieht man, daß der Wert des Reibkoeffizienten kaum von der eingestellten Geschwindigkeitsrelation zwischen Bahnführungselement und Materialbahn abhängt. Im Vergleich zu dem stehenden Bahnführungselement ist der bestimmte Reibkoeffizient deutlich kleiner geworden. Wie schon bei der 1. Messung fällt der hohe Wert des Reibkoeffizienten auf, der bei reiner Luftreibung noch wesentlich niedrigere Werte annehmen müßte, da bei der Luftspaltberechnung nach der Gleichung 6.4 die Summe der Bahn- und der Zugwerksgeschwindigkeit eingeht.

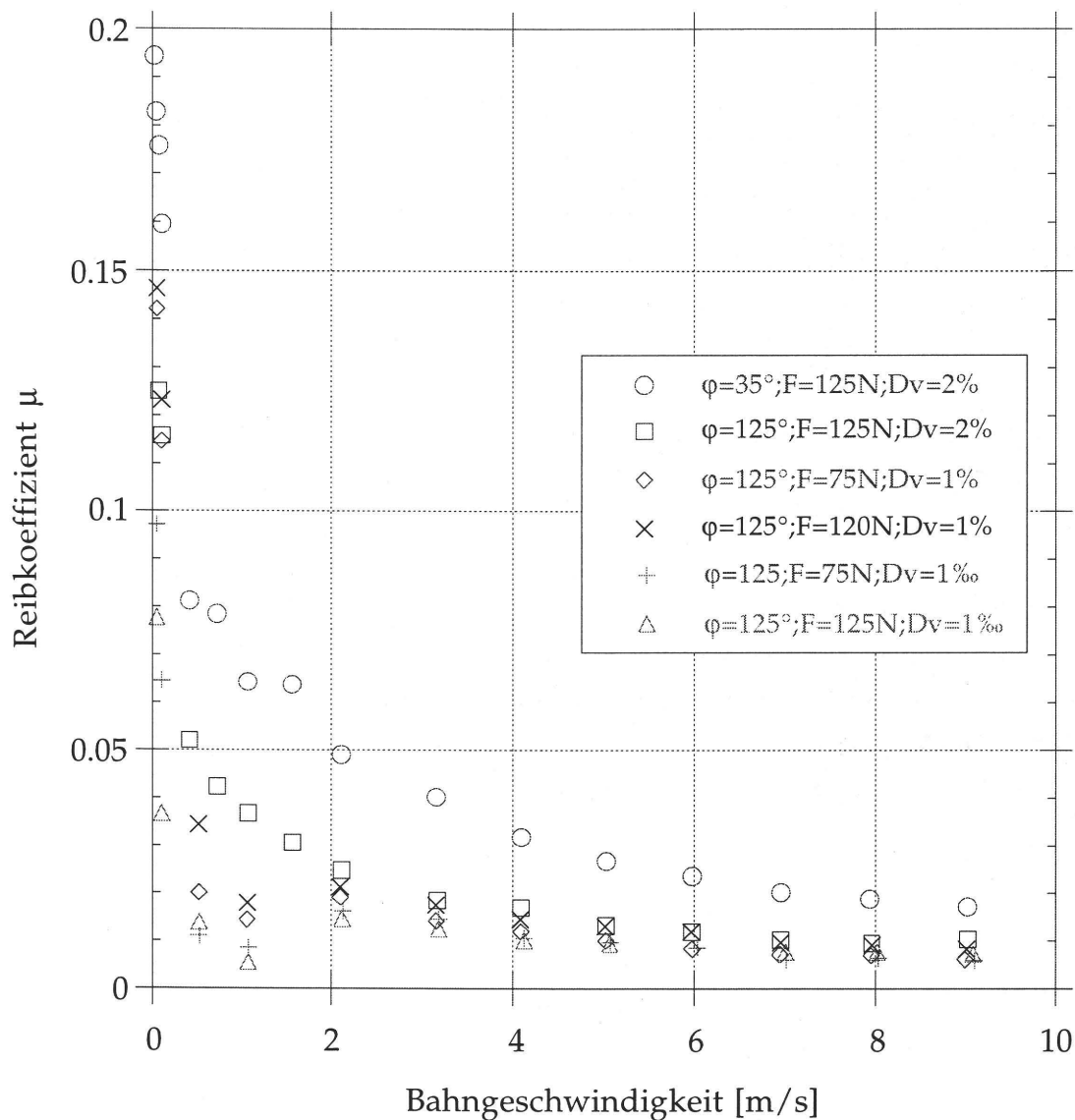


Abbildung 6.6: Reibwerte an einem angetriebenen Bahnführungselement unter Variation der Bahngeschwindigkeit, Grundbahnzugskraft, Umschlingung und eingestellter Geschwindigkeitsrelation.

An Bahnführungselementen werden Geschwindigkeitsrelationen in den eingestellten Größenordnungen anzutreffen sein. Deshalb ist es möglich, für die angestrebten qualitativen Untersuchungen das Eytelweinsche Gesetz zur Modellierung der Kraftübertragung in Umfangsrichtung anzusetzen. Die Höhe des Reibkoeffizienten kann aus den Messungen abgeschätzt werden, wobei für eine experimentelle Überprüfung im Einzelfall der Reibkoeffizient vor der Rechnung bestimmt werden muß. Dieser wird von einer Vielzahl an Parametern beeinflusst. Neben den

über die Luftspaltberechnung modellierbaren Einflüssen aus Bahngeschwindigkeit, Oberflächengeschwindigkeit des Bahnführungselementes, Bahnzugskraft, spielen sicherlich die Oberflächenrauigkeiten sowie zusätzliche Kraftwirkungen z. B. durch elektrostatische Anziehung eine Rolle.

6.3. Diskussion der experimentellen Ergebnisse

In den Experimenten mit vorwiegend einachsiger Kraftübertragung sind im Rahmen der Meßgenauigkeit konstante Reibwerte ermittelt worden. Es soll nun überprüft werden, ob diese Meßergebnisse allgemein übertragen werden können, oder ob die Ergebnisse nur für den speziellen Belastungsfall Gültigkeit besitzen.

Bahnführungselemente sind in der Mehrzahl zylindrische Körper. Die Materialbahn wird im Umschlingungsbereich die zylindrische Form des Bahnführungselementes annehmen. Wie schon zu den Betrachtungen der Bahn im freien Bahnführungsabschnitt sollen auch im Umschlingungsbereich die Trägheitskräfte vernachlässigt werden können. Zudem wurde bei der Ableitung der Kriterien für einen faltenfreien Bahnlauf die Materialbahn als Membran abgebildet. Deshalb soll zur Überprüfung der experimentellen Ergebnisse die Materialbahn im Umschlingungsbereich des Bahnführungselementes als zylindrische Membran abgebildet werden. Die Gleichgewichtsbedingungen der zylindrischen Membran /16a/

$$\frac{\partial N_{yy}}{\partial y} + \frac{1}{r} \frac{\partial N_{y\varphi}}{\partial \varphi} + p_y = 0 \quad (6.14)$$

$$\frac{\partial N_{y\varphi}}{\partial y} + \frac{1}{r} \frac{\partial N_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} + p_\varphi = 0 \quad (6.15)$$

$$N_{\varphi\varphi} = p r \quad (6.16)$$

sind statisch bestimmt. Unter Verwendung des Reibmodells Gl. 6.9 können bei bekannten Achs- und Umfangslasten die Bahnbelastungen bestimmt werden. Zur Überprüfung der experimentellen Ergebnisse werden die Bahnbelastungen vorgegeben, um die Veränderung der Reibkräfte zu untersuchen.

Den Versuchen liegt die Annahme des einachsigen Bahntransportes zu Grunde, d. h., daß keine Querkkräfte vor und hinter dem Bahnführungselement wirken. Der naheliegende Schluß ist die Erweiterung des querkraftfreien Bahntransportes auch

auf dem Bahnführungselement. Die verbleibenden Bahnkräfte wirken in Umfangsrichtung und sollen linear über der Umschlingung um einen Anteil λ ansteigen, wie für die experimentellen Bestimmungsgleichungen (6.7, 6.8) angenommen wurde. Einsetzen der aus den Bahnzugkräften ermittelten Membranspannungen

$$N_{\varphi\varphi} = a_{02} d \left[1 + \lambda \frac{(\varphi - \varphi_{\text{ges}})}{\varphi_{\text{ges}}} \right] \quad (6.17)$$

$$N_{y\varphi} = N_{yy} = 0 \quad (6.18)$$

in das DGL-System (6.14, 6.15 und 6.16) liefert die Reibkraft in Umfangsrichtung

$$p_{\varphi} = -\lambda a_{02} \frac{d}{r\varphi_{\text{ges}}}, \quad (6.19)$$

aus der sich der Reibkoeffizient μ per Definition

$$\mu = \left| \frac{p_{\varphi}}{p} \right| = \left| \frac{r p_{\varphi}}{N_{\varphi\varphi}} \right| = \frac{\left| \frac{r \lambda a_{02} d}{r \varphi_{\text{ges}}} \right|}{\left| a_{02} d \left[1 + \lambda \frac{\varphi - \varphi_{\text{ges}}}{\varphi_{\text{ges}}} \right] \right|} = \frac{\lambda}{\varphi_{\text{ges}} + \lambda (\varphi - \varphi_{\text{ges}})} \quad (6.20)$$

berechnet. Man sieht an dieser Beziehung, daß der Reibkoeffizient nicht über den Umfang konstant ist, aber durch die geringe Kraftzunahme ($\lambda \ll 1$) als nahezu konstant angesehen werden kann, wodurch der gemessene konstante Reibkoeffizient qualitativ bestätigt ist.

Im weiteren interessieren die Verläufe der Reibkräfte beim Auftreten von Querkraften. Dazu soll das Bahnführungselement am Einlauf des Bahnführungsabschnittes mit einem auslaufseitig schiefstehenden Bahnführungselement betrachtet werden.

An der Bahnablauflinie von dem einlaufseitigen Bahnführungselement wird die Spannungsverteilung des freien Bahnführungsabschnittes (Gl. 4.40, 4.41) für $x=0$ angesetzt.

$$\sigma_{xx} = \frac{N_{\varphi\varphi}}{d} = a_{02} + a_{03} y + 6 C_0 \ell y \quad (6.21)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{N_{y\varphi}}{d} = 3C_0 (y^2 - b^2) \quad (6.22)$$

Wird wie im vorhergehenden Fall für die beiden Spannungsverläufe ein linearer Anstieg über der Umschlingung angenommen, folgen die Membranspannungsverläufe

$$N_{\varphi\varphi} = a_{02} d \left[1 + \lambda \frac{(\varphi - \varphi_{\text{ges}})}{\varphi_{\text{ges}}} \right] + [a_{03} + 6 \ell C_0] d \frac{\varphi}{\varphi_{\text{ges}}} y \quad (6.23)$$

$$N_{y\varphi} = 3 C_0 d (y^2 - b^2) \frac{\varphi}{\varphi_{\text{ges}}} \quad (6.24)$$

die aber noch die Kompatibilitätsbedingung der Dehnungen

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{\varphi\varphi}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{r^2 \partial \varphi^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{\varphi y}}{r \partial \varphi \partial y} = 0 \quad (6.25)$$

erfüllen müssen. Die Kompatibilitätsbedingung fordert einen zusätzlichen Querspannungsanteil in der Membran

$$N_{yy} = 6 d \frac{E_y C_0}{G} \frac{r \varphi^2}{\varphi_{\text{ges}}} y. \quad (6.26)$$

Einsetzen der Spannungsverläufe in das DGL-System (6.14-6.16) liefert die Reibkraft in Achsrichtung

$$p_y = - \frac{3 d C_0}{\varphi_{\text{ges}}} \left[2 \frac{E_y}{G} r \varphi^2 + \frac{y^2 - b^2}{r} \right] \quad (6.27)$$

und die Reibkraft in Umfangsrichtung

$$p_{\varphi} = - \frac{d}{r \varphi_{\text{ges}}} \left[\lambda a_{02} + a_{03} y + 6 C_0 y (r \varphi + \ell) \right] \quad (6.28)$$

Aus den Bestimmungsgleichungen kann man bei den angenommenen Belastungen und Belastungsverläufen sehen, daß die Reibkräfte nicht gleich sind, obwohl der Druck bzw. die Normalkraft zwischen Materialbahn und Bahnführungselement für beide Richtungen die gleiche ist. Es liegt somit keine isotrope Reibung vor. Man

erkennt auch, daß die Reibkräfte über der Breite und der Umschlingung ihr Vorzeichen wechseln können. Da der Übergang in den Reibkräften kontinuierlich erfolgt, liegt kein konstanter Reibkoeffizient vor. Dieser kann auch nicht nur, wie in Gleichung 6.3 angenommen, von der Richtung der Relativgeschwindigkeit zwischen Materialbahn und Bahnführungselement abhängen, sondern es ist zu vermuten, daß die Größe der Relativgeschwindigkeit in die Formulierung eines Reibmodells einfließt. Signifikant kann der Anteil jedoch nicht sein, da in den Versuchen zur Bestimmung des Reibkoeffizienten eine Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit zu erkennen und zwischen den Versuchsreihen feststellbar ist, aber in der zweiten Versuchsreihe nicht offensichtlich aus den Meßergebnissen abgeleitet werden kann.

Aus den angesetzten Spannungsverläufen ergeben sich die Verschiebungen, die die Anfangsbedingungen für den freien Bahnführungsabschnitt stellen.

$$u_x = \frac{r}{E_\varphi} \left[a_{02} \varphi \left(1 + \kappa \frac{\varphi/2 - \varphi_{ges}}{\varphi_{ges}} \right) + (a_{03} + 6 C_0 \ell) \frac{y \varphi^2}{2 \varphi_{ges}} \right] - \frac{r v_y}{E_y} \left[3 \frac{E_x}{G} C_0 r y \frac{\varphi^3}{3 \varphi_{ges}} \right] + \frac{r v_\varphi}{E_\varphi} \left[a_{02} \frac{\kappa y^2}{2 \varphi_{ges}} + (a_{03} + 6 C_0 \ell) \frac{y^3}{6 \varphi_{ges}} \right] - C_1 y + C_2 \quad (6.29)$$

$$u_y = \frac{1}{E_y} \left[\frac{3 E_y C_0 r y^2 \varphi^2}{2 G \varphi_{ges}} \right] - \frac{v_\varphi}{E_\varphi} \left[a_{02} y \left(1 + \kappa \frac{\varphi/2 - \varphi_{ges}}{\varphi_{ges}} \right) + (a_{03} + 6 C_0 \ell) \frac{\varphi y^2}{2 \varphi_{ges}} \right] - \frac{r}{E_\varphi} [a_{03} + 6 C_0 \ell] \frac{y \varphi^3}{6 \varphi_{ges}} + \frac{r v_y}{E_y} \left[\frac{3 E_y C_0 r \varphi^4}{12 G \varphi_{ges}} \right] - \frac{1}{E_y} \left[\frac{3 E_y C_0 b^2 \varphi^2}{2 G \varphi_{ges}} \right] + C_1 x + C_3 \quad (6.30)$$

Betrachtet man die Verschiebungen an der Seite $\varphi = \varphi_{ges}$, stellt man im Vergleich zu den Verschiebungsansätzen des freien Bahnführungsabschnittes (4.46, 4.47) fest, daß die hier auftretenden breitenabhängigen Terme aus mehr Einflußfaktoren zusammengesetzt sind, so daß eine direkte Kopplung der beiden Modelle nicht möglich ist. Eine verfeinerte Theorie, die auch die Randstörungen der Querspannung in den freien Bahnführungsabschnitt berücksichtigt, könnte den vorhandenen Unterschied der Verschiebungsansätze ausgleichen.

7. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Vorhersage von Falten an transportierten Materialbahnen, die durch schiefstehende Bahnführungselemente verursacht werden.

Zur Lösung des Problems wurden zunächst die in der Mechanik bekannten Stabilitätskriterien zur Faltenbildung und Plattenbeulung untersucht, wobei das aus dem Membranspannungszustand abgeleitete Faltenbildungskriterium das schärfste und sicherste Kriterium ist. Es besagt, daß bei dem Auftreten einer negativen Hauptspannung sich in der Materialbahn Falten bilden werden.

Alle Faltenbildungskriterien setzen die Kenntnis des Spannungszustandes in der Bedruckstoffbahn voraus. In der Hauptsache sind die bekannten Untersuchungen über axialbewegte Bahnen und Bänder an eindimensionalen Modellen durchgeführt worden. Ausgehend von den allgemeinen Gleichungen der Kontinuumsmechanik wurden für das gestellte Problem eines Bahnführungsabschnittes mit einem auslaufseitigen schiefstehenden Bahnführungselement die möglichen Vereinfachungen in der zweidimensionalen Beschreibungsweise diskutiert. Die Diskussion führt zu dem Ergebnis, daß auf Grund der geringen Verzerrungen und Verzerrungsgradienten die Unterschiede zwischen dem materiellen Koordinatensystem und dem raumfesten, maschinengebundenen Koordinatensystem vernachlässigbar klein sind. Weiterhin können bei üblichen Bedruckstoffmaterialien im vorausgesetzten quasistationärem Betrieb die Trägheitsterme in den Bewegungsgleichungen unberücksichtigt bleiben. Diese Vereinfachungen ermöglichen es, das Problem der laufenden Bedruckstoffbahn in dem freien Bahnführungsabschnitt als feststehende Scheibe abzubilden.

Die Scheibenbelastung und -verformung wird in Anlehnung an das gestellte Problem für einzelne, praxisnahe Belastungsfälle berechnet. Zur Klärung der hauptsächlich wirkenden Belastungsarten werden die berechneten Belastungsfälle superponiert und die Wirkanteile über das Prinzip der minimalen Formänderungsenergie ermittelt.

Der Bahntransport setzt eine gewisse Bahnzugskraft voraus, die im Idealfall konstant über der Bahnbreite verteilt ist. Bei dem betrachteten freien Bahnführungsabschnitt mit einem auslaufseitig schiefstehenden Bahnführungselement treten so-

wohl Schubspannungen als auch zusätzlich über der Bahnbreite verteilte Zugspannungen in Form eines Zugdiagonalfeldes auf.

Unter Zugrundelegung des Faltenbildungskriteriums der Membrantheorie folgt, daß bei dem untersuchten Problem durch das Auftreten der Schubspannungen immer eine Hauptspannung negativ ist, da die Querspannung in allen Spannungsansätzen in der freien Bahn zu Null gesetzt wurde. Weitere Druckspannungen können durch das Zugdiagonalfeld hervorgerufen werden, wenn auf der entlasteten Seite der Bahn die entgegen den Bahnzug wirkenden Längsspannungen größer als der Bahnzug sind. Unter den getroffenen Annahmen muß in einem Bahnführungsabschnitt mit einem auslaufseitig schiefstehenden Bahnführungselement immer mit Faltenbildung gerechnet werden.

Der Faltenbildung entgegenwirkende Effekte findet man in der Bedruckstoffbahn als unberücksichtigte Biegesteifigkeit und durch die unberücksichtigten Trägheitsterme in den Bewegungsgleichungen, so daß im Einzelfall experimentell festzustellende Abweichungen von dieser Aussage dadurch zu begründen sind.

Das durch das schiefstehende Bahnführungselement hauptsächlich erzeugte Zugdiagonalfeld bewirkt an dem auslaufseitigen Bahnführungselement auch eine über der Bahnbreite verteilte Längsdehnung. Mit der stationären Lösung der Kontinuitätsgleichung errechnet man einen über die Bahnbreite veränderlichen Geschwindigkeitsverlauf. Das bedeutet, daß die im einachsigen Modell postulierte Haftzone der Bedruckstoffbahn im Einlauf in dem untersuchten Fall nur partiell auftreten kann. Zusätzlich ist bekannt (Gl. 6.4), daß sich bei höheren Bahngeschwindigkeiten ein Luftspalt zwischen Bedruckstoffbahn und Bahnführungselement aufbaut. Bei der gegebenen "Luftschmierung" ist die Haftmöglichkeit durch direkten Oberflächenkontakt nicht mehr gegeben.

Die Veränderung des Reibkoeffizienten durch verschiedene Laufbedingungen wurde in praxisnahen Untersuchungen an einer Versuchsdruckmaschine aufgezeigt. Mit der gewählten Bahnführung und dem eigens entwickelten Meßaufbau wurde die Kraftübertragung in Umfangsrichtung untersucht. Es zeigte sich, daß bei gleichmäßig über der Bahnbreite verteiltem Bahnzug mit dem Coulombschen Reibgesetz die Kraftübertragung modelliert werden kann. Der Reibkoeffizient nimmt von der Gleitreibung bei niedrigen Maschinengeschwindigkeiten zur Luftreibung bei höheren Maschinengeschwindigkeiten ab. Ab einer gewissen Maschinengeschwindigkeit

blieb der Reibkoeffizient dann nahezu konstant. Haftreibungsanteile wurden bei den Untersuchungen nicht festgestellt.

Für die zweiachsige Kraftübertragung wurde eine Modellrechnung durchgeführt, für die die Reibkräfte unabhängig voneinander in den betrachteten senkrecht zueinander stehenden Raumrichtungen angesetzt wurden. Es wurde gezeigt, daß unter den angenommenen Belastungsfällen keine isotrope Reibung vorliegt. Weiterhin konnte gezeigt werden, daß der Reibkoeffizient sich über der Bahnbreite und der Umschlingung ändert.

Die Diskussion über die Auswirkungen verschiedener Randbedingungen zeigt den großen Einfluß der Bahnführungselemente auf den in der freien Bahn herrschenden Bahnspannungszustand.

Zielsetzung weiterer Forschungsarbeiten sollte daher die genaue Untersuchung und Modellierung der Kraftübertragung an Bahnführungselementen sowohl in Umfangs- als auch in Querrichtung sein, da diese umfassenden Kenntnisse die Faltenbildungsvorhersage bei schweren und biegesteifen Materialbahnen durch die Kenntnis des Bahnspannungszustandes erlauben.

8. Literaturverzeichnis

- [1] Adams, R. J.: The influence of rolls and reels on flutter and windage, Tappi Journal, November 1992, S. 215 - 222
- [2] Belau, L.; Scheuter, K. R.: Längsdehnung und Elastizitätsmodul einer laufenden Bedruckstoffbahn; Institutsbericht 1/1985; Institut für Druckmaschinen und Druckverfahren, TH Darmstadt
- [3] Betten, J.: Kontinuummechanik; Elasto- Plasto- und Kriechmechanik; Springer-Verlag, Heidelberg 1993
- [4] Bosse, R: Den Zugwellen auf der Spur, Offsetpraxis 4/95, S. 60 - 62
- [5] Brandenburg, G.: Über das dynamische Verhalten durchlaufender elastischer Stoffbahnen bei Kraftübertragung durch Coulombsche Reibung in einem System angetriebener, umschlungener Walzen, Dissertation, TU München 1971
- [6] Brandenburg, G.; Tröndle, H.-P.: Verhalten durchlaufender elastischer Stoffbahnen bei ortsabhängiger Verteilung von Elastizitätsmodul, Querschnitt und Dichte; Siemens Forschungs- und Entwicklungsberichte Bd. 4 Nr. 6, S. 359 - 367; Springer Verlag 1975
- [7] Brandenburg, G.: Verallgemeinertes Prozeßmodell für Fertigungsanlagen mit durchlaufenden Bahnen und Anwendung auf Antrieb und Registerregelung bei Rotationsdruckmaschinen; Habilitation, TU München 1976; Fortschritts-Berichte VDI-Z Reihe 1 Nr. 46; Düsseldorf 1976
- [8] Bronstein-Semendjajew: Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/Main, 22. Auflage 1985
- [9] Chang, Y. B.; Moretti, P. M.: Interaction of fluttering webs with surrounding air, Tappi Journal, 3/1991, S. 231 - 236
- [10] Conway, H. D.: Stress Distribution in Orthotropic Strips, Journal of applied mechanics, Vol. 32, 9/1955, S. 353 - 354
- [11] Daly, D. A.: Factors controlling traction between webs and their carrying rolls, Tappi Journal September 1965, S. 88A - 90A

-
- [12] DIN 53 112, Teil 1: Prüfung von Papier und Pappe – Zugversuch an klimatisierten Proben; Beuth-Verlag, Berlin 1981
- [13] DIN 53 121: Prüfung von Papier und Pappe – Bestimmung der Biegesteifigkeit nach der Balkenmethode; Beuth-Verlag, Berlin 1974
- [14] DIN 53 123, Teil 1: Prüfung von Papier und Pappe – Bestimmung der Biegesteifigkeit Resonanzlängenverfahren; Beuth-Verlag, Berlin 1978
- [15] Ebert, F.: Strömung nicht-newtonischer Medien, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden 1980
- [16] Eschenauer, H.; Schnell, W.: Elastizitätstheorie I: Grundlagen, Scheiben und Platten, 2. Auflage Bibliographisches Institut, Zürich 1986
- [16a] Schnell, W.; Eschenauer, H.: Elastizitätstheorie II: Schalen, 2. Auflage Bibliographisches Institut, Zürich 1984
- [17] Eschmann; Hasbargen; Weigand: Die Wälzlagerpraxis Handbuch für die Berechnung und Gestaltung von Lagerungen, Oldenbourg Verlag, München
- [18] Gehlbach, L. S.; Kedl, D. M.; Good, J. K.: Predicting shear wrinkles in web spans, Tappi Journal August 1989, S. 129 - 134
- [19] Girkmann, K.: Flächentragwerke, Springer-Verlag, Wien, 6. Auflage 1963
- [20] Hars, Chr.: Bahnführung, Zusatzeinrichtungen, Instandhaltung, in: Technik des Flexodrucks, Coating Verlag Thomas & Co. 3. Auflage 1991, St. Gallen
- [21] Helbig, T.: Wie groß dürfen Passertoleranzen sein?, Der Polygraph 1-90, S. 47ff
- [22] Jörg, J.: Über den Rollvorgang in einem Walzenpaar und die Kraftübertragung auf eine durchlaufende Stoffbahn, Dissertation, TU München 1979
- [23] Kessler, G.: Das zeitliche Verhalten einer kontinuierlichen elastischen Bahn zwischen aufeinanderfolgenden Walzenpaaren Teil I + II, Regelungstechnik 8. Jahrgang 1960, Heft 12, S. 436 - 439, Regelungstechnik 9. Jahrgang 1960, Heft 4, S. 154 - 159

-
- [24] Litterst, T.; Kühlmeyer, L.; Brötz, H.: Luftspaltreduzierung an Kühlwalzen von Rollenoffsetdruckmaschinen, Deutscher Drucker, Heft 33, 9/92, S. W2-W4
 - [25] Lodge, A. S.: Elastic Liquids- an Introductory Vector Treatment of Finite-Strain Polymer Rheology, Academic Press, London 1964
 - [26] Merle, M.: On-line Wickeldichtemessung, Diplomarbeit FG Druckmaschinen und Druckverfahren, TH Darmstadt 1994
 - [27] Neuser, J.; Hars, Chr.: Der zweiachsige Dehnungsverlauf in einer Materialbahn bei ihrem Durchlauf durch eine Rollenrotationsdruckmaschine und die Rückwirkungen auf das Druckerzeugnis, Institutsbericht 1/1993, Fachgebiet Druckmaschinen und Druckverfahren, TH Darmstadt
 - [28] N.N: Anisotropic Analysis of Paper Webs; The Finish Pulp an Paper Research Institute Annual Report 1990, S. 16 - 19
 - [29] Ono, K.: Lateral motion of an axially moving string on a cylindrical guide surface, Journal of applied mechanics, Vol. 46, 12/1979, S. 905 - 912
 - [30] Paetow, R.; Götsching, L.: Papier als berechenbarer Werkstoff, Das Papier, 43. Jahrgang, Heft 7/1989, S. 323 - 332
 - [31] Paetow, R.; Götsching, L.: Querkontraktionszahl von Papier, Das Papier, 44. Jahrgang, Heft 4/1990, S. 229 - 237
 - [32] Paetow, R.; Rauhut, M.; Götsching, L.: Dehnungseigenschaften von Papier, Das Papier, 45. Jahrgang, Heft 6/1991, S. 287 - 296
 - [33] Roddeman, D. G.; Drukker, J.; Oomens, C. W. J.; Janssen, J. D.: The Wrinkling of Thin Membranes: Part I-Theory, Journal of applied mechanics, Vol. 54, 12/1987, S. 884 - 887
 - [34] Schaffrath, H.-J.; Götsching, L.: Modellierung der Kompression von Papier in z-Richtung bei niedriger Flächenpressung, Das Papier, 46. Jahrgang, Heft 7/1992, S. 350 - 355
 - [35] Scheuter, K. R.; Meißner, E.; Sutanto, J.: Untersuchung von Papierzugvorrichtungen von Rollenrotationsmaschinen bei stationärem Bahntransport, Institutsbericht 2/1976, Institut für Druckmaschinen und Druckverfahren, TH Darmstadt

-
- [36] Shelton, J. J.: Lateral Dynamics of a moving web, Ph.D. thesis, Oklahoma State University 1969
- [37] Shelton, J. J.: An initially straight moving web with slack edge: Steady state behavior caused by roller nonparallelism greater than critical; AMD-Vol. 149, Web Handling, ASME 1992, S. 51 - 65
- [38] Schuster, C.; Kast, W.: Wärme- und Stofftransport an Trocknern und Kühlwalzen von Offset-Rollenrotationsdruckmaschinen, Teil B Institutsbericht 1/1992, Fachgebiet Druckmaschinen und Druckverfahren, TH Darmstadt
- [39] Sommer, H.: Maßnahmen zur Stabilisierung des Bahnlaufverhaltens in Off-Streich-Anlagen; Das Papier, Heft 10A/1993, S. V195 - V203
- [40] Soong, T.-C.; Li, C.: The rolling contact of two elastic-layer-covered cylinders driving a loaded sheet in the nip; Journal of applied mechanics, Vol. 48, 12/1981, S. 889 - 894
- [41] Spiegel, N.: Form- und reibschlüssige Antriebe in Druckmaschinen und ihr Zusammenwirken; Dissertation, TH Darmstadt 1983
- [42] Spurk, J. H.: Strömungslehre: Einführung in die Theorie der Strömungen, 3. Auflage, Springer Verlag, Heidelberg 1993
- [43] Stockhausen, N.: Anwendung von schwingungsanalytischen Methoden auf die Beschreibung der mechanischen Eigenschaften von Papier als Werkstoff, FOGRA-Forschungsbericht Nr. 4.031, München 1989
- [44] Tröndle, H.-P.: Zum dynamischen Verhalten transportierter elastischer und viskoelastischer Stoffbahnen zwischen aufeinanderfolgenden Klemmstellen, Dissertation, TU München 1973
- [45] Vogelpohl, G.: Betriebssichere Gleitlager – Berechnungsverfahren für Konstruktion und Betrieb; 2. Auflage, Springer Verlag 1967
- [46] Wagner, H.: Ebene Blechwandträger mit sehr dünnem Stegblech, Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, 20. Jahrg. 1929, Heft 8-12, S. 200-314
- [47] Weißenborn, M.: Wellenbildung – Problemkreis ohne objektiven Beurteilungsgrad, Print & Produktion 9/93, S. 10-13

-
- [48] Wickert, J. A.; Mote, C. D.: Current Research on the vibration and stability of axially-moving materials; Shock and Vibration Digest 20; No. 5/1988, S. 3 - 13
- [49] Ziegler, F.: Technische Mechanik der festen und flüssigen Körper, Springer Verlag Heidelberg, 2. Auflage 1992

Anhang Versuchsdruckmaschine

Die experimentellen Untersuchungen wurden an einer Versuchsrollenrotationsdruckmaschine durchgeführt. Die Versuchsrollenrotationsmaschine wurde von BELAU und SCHEUTER /2/ aufgebaut. Für die beschriebenen experimentellen Untersuchungen wurde die Versuchsmaschine in weiten Teilen ergänzt und umgebaut /27/.

Die Versuchsdruckmaschine hat die Bahnführung einer Rollenrotationsdruckmaschine, wobei das entwickelte Bahnführungskonzept eine sehr variable Bahnführung gestattet, um entsprechend den Fragestellungen und den zu variierenden Parametern die geeignete Bahnführung zu realisieren.

In Bahnlaufrichtung gesehen besteht die Versuchsdruckmaschine, die in der Abbildung A.1 dargestellt ist, aus folgenden Einzelkomponenten:

- Abwickereinheit mit Tänzer und einer mehrere Bahnführungswalzen umfassenden Einlaufstrecke, um höher frequente, abwickelseitige Störungen abzubauen (Dämpfungsstrecke).
- 5 schrittbetont angetriebene Zugwerke:
 - Zugwerk 1:
 - Einzugswerk mit Presseur
 - wahlweise schritt- oder zugkraftbetonter Antrieb;
 - Zugwerk 2-4:
 - rein umschlungenes Zugwerk;
 - ausbaubar mit Anpreßelementen und Eindruckwerken;
 - Zugwerk 5:
 - Auszugswerk mit Presseur
- Aufwickereinheit mit Tänzer; alternativ eine spannungsarme Materialablage.
- variable Leitwalzenstraße, bestehend aus 20 Leitwalzen, die eine sehr variable Bahnführung ermöglichen. Hauptsächlich wird die variable Leitwalzenstraße zur Veränderung von Bahnführungsgeometrien verwendet. Weiterhin können einzelne Zugwerke überbrückt oder die Rückführung der Bahn für den Betrieb mit verklebten, endlosen Bahnen realisiert werden.

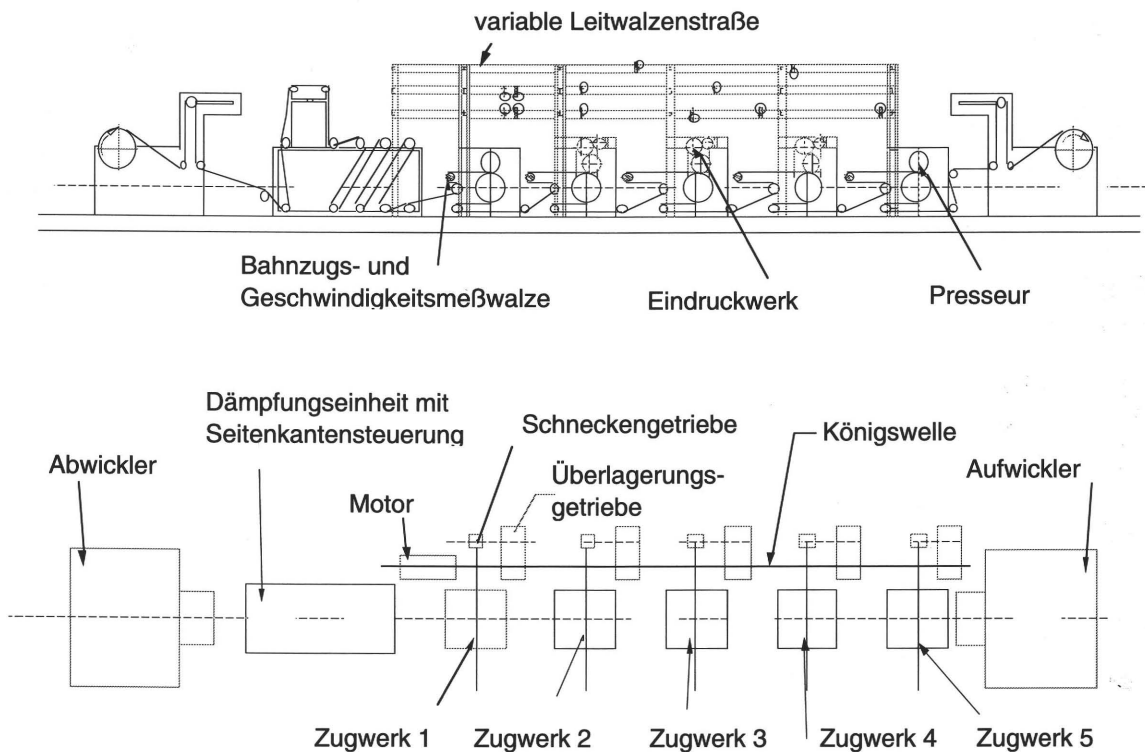


Abbildung A.1: Aufbau der Versuchsdruckmaschine

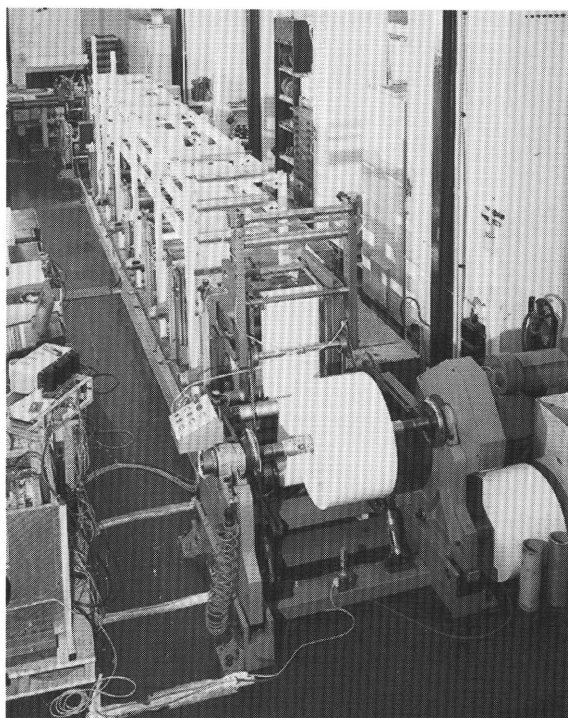


Abbildung A.2: Ansicht der Versuchsdruckmaschine vom Aufwickler aus und Antriebsstrang mit Königswelle und Überlagerungsgetriebe

Antriebskonzept

Zur Einstellung der verschiedenen Bahnzustandsgrößen müssen diese entweder über kraft- oder schrittbetont arbeitende Zugwerke aufgebracht werden. Nach /20/ versteht man unter kraftbetont arbeitenden Zugwerken jene, deren Regelgröße die aktuelle Bahnzugskraft ist. Typische kraftbetonte Zugwerke sind Ab- und Aufwickler und Einzugswerke. Im Gegensatz zu den kraftbetonten Zugwerken laufen schrittbetont arbeitende Zugwerke in einer festen Geschwindigkeitsrelation zueinander. Unter Beachtung der stationären Lösung der Kontinuitätsgleichung (3.6) prägt eine Geschwindigkeitsrelation zwischen zwei Zugwerken der Materialbahn eine zusätzliche Dehnung auf.

In der Versuchsdruckmaschine werden als kraftbetont arbeitende Zugwerke die beiden Wickler und optional das erste Zugwerk eingesetzt. Die Wicklermotoren, die über ihr veränderliches Drehmoment bei der sich kontinuierlich ändernden Papierrollengeometrie die Bahnzugskraft aufbringen, werden über die Lage des Tänzers geregelt. Eine Tänzerwalze ist ein Bahnführungselement, das neben dem Drehfreiheitsgrad noch einen weiteren Freiheitsgrad zur Bahnspeicherung besitzt. In dieser Bewegungsrichtung sollen sich die Bahnzugkräfte und die eingeprägte Belastung das Gleichgewicht halten. In der Versuchsdruckmaschine werden die eingepprägten Kräfte über Pneumatikkolben aufgebracht, wobei die Größe des Pneumatikdruckes zentral von dem Bedienpult oder einer Steuereinheit vorgegeben werden kann. Letztere Möglichkeit wurde zur Untersuchung von Wickelkennlinien am Aufwickler von Merle /26/ genutzt.

Über die abwickelseitige Tänzerbelastung wird im wesentlichen der Eingangsbahnzug zum ersten schrittbetonten Zugwerk festgelegt, das die Bahngeschwindigkeit vorgibt. Idealerweise sollte im Einlauf zu dem ersten Zugwerk sowohl die Bahngeschwindigkeit als auch die Bahnzugskraft konstant sein. Zur Verringerung der abwickelseitigen Schwankungen z. B. durch unrunde Papierrollen ist in /27/ eine Gestaltungsmöglichkeit der Tänzerwalze vorgeschlagen. Zusätzlich ist hinter der Tänzergruppe noch eine Dämpfungsstrecke in die Bahnführung eingebracht, damit die Bedruckstoffbahn einerseits mehrfach umgelenkt wird, und andererseits durch mehrere Reibstellen eine Vergleichmäßigung der Bahnzugkräfte erreicht wird.

Die schrittbetonten Zugwerke werden über Vorschaltgetriebe von einer zentralen Königswelle aus angetrieben. Die Vorschaltgetriebe sind als Überlagerungsgetriebe

mit ausschließlich formschlüssigen, qualitativ hochwertigen Elementen aufgebaut, die jeweils über eine Wechselradstufe eine schrittweise Feinabstufung der relativen Umfangsgeschwindigkeiten ermöglichen. Eine stufenlose Verstellung wurde nicht gewählt, da diese zu einem niederfrequenten Driften neigt. Die Feinabstufung in der Bahngeschwindigkeit läßt sich mit der vorhandenen Ausrüstung in Schritten von 0,2 % verändern. In Bahnlaufrichtung kann fortschreitend abschnittsweise von Zugwerk zu Zugwerk beliebig eine Dehnungszunahme, Gleichlauf oder auch eine Dehnungsabnahme vorgewählt werden.

Meßwerterfassung und Meßwertverarbeitung

Die Meßwerterfassung und die Meßwertverarbeitung wurde für die durchgeführten Versuche im Gegensatz zu dem Aufbau von BELAU und SCHEUTER /2/ komplett erneuert.

Das zentrale Bauteil der Meßwerterfassung sind speziell entwickelte, kombinierte Bahnzug- und Bahngeschwindigkeitsmeßwalzen, die an einer Stelle in der Bahnführung die Messung der beiden Größen erlaubt. Der Aufbau ist in Abbildung A.3 zu sehen, während die Anforderungen und deren Umsetzung im folgenden beschrieben werden.

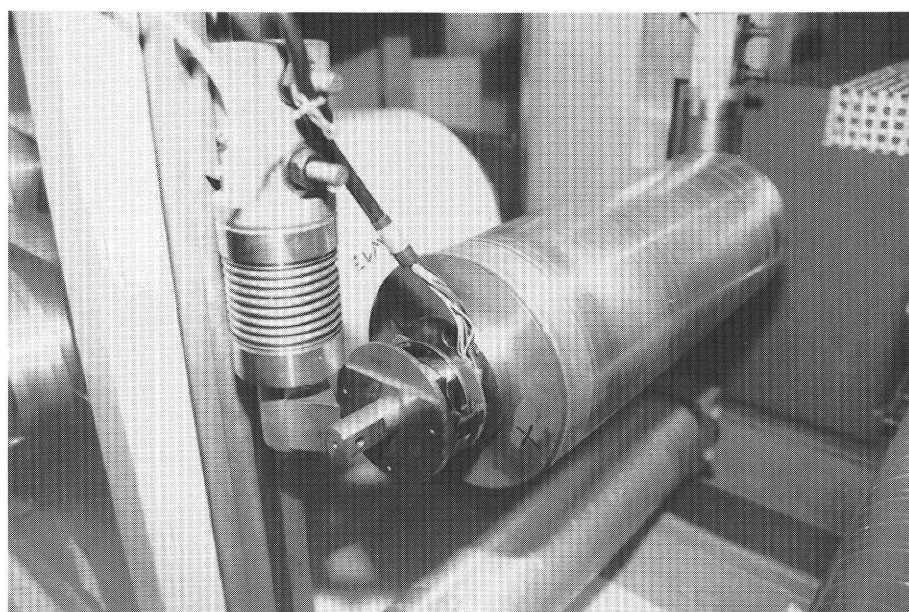


Abbildung A.3: Kombinierte Bahnzug- und Bahngeschwindigkeitsmeßwalze

Im Kapitel 3.2. wurden zur Bestimmung der Materialparameter an laufenden Bedruckstoffbahnen für die Kraftmessung eine Genauigkeit im Prozentbereich gefordert. Üblicherweise werden in Rollenrotationsdruckmaschinen die Bahnzugkräfte über Dehnungsmeßstreifen in Lagerböcken gemessen. Die sogenannten Kraftmeßlager, wie auch die in der Versuchsdruckmaschine verwendeten Wägezellen, die im Meßprinzip identisch aber für die Versuchsdurchführung variabler sind, messen die Belastung nur in einer Raumrichtung. Deshalb sollte die Bahnzugkraftmeßwalze immer mit 180° umschlungen sein, so daß das Meßsignal dem Doppelten der Bahnzugkraft entspricht. Durch die linienförmige Auflage der Meßwalzenachse auf den Wägezellen wird eine gelenkige Lagerung erzielt, so daß die Verlagerung der Bahnzugkraftresultierenden aus der Meßwalzenmitte aus den Einzelsignalen der seitlich angeordneten Wägezellen bestimmt werden kann. Werden die Wägezellen mit der Meßwalze in der Versuchsdruckmaschine geeicht, sind reproduzierbare Genauigkeiten aus der Summe der beiden Einzelsignale von absolut 1 N erzielt worden. Relativ entspricht diese Größe bei der Bestimmung des Elastizitätsmoduls einer Genauigkeit von $1\pm 2\%$.

Die Bahngeschwindigkeit wird indirekt über die Drehzahl der Meßwalze ermittelt. Wegen der indirekten Messung und den im Kapitel 3.1. aufgestellten Anforderungen an die Genauigkeit zur Bestimmung der relativen Geschwindigkeitszunahmen ergeben sich mit den Ergebnissen aus der Kraftübertragungsuntersuchung mehrere Anforderungen an die Meßwalze, die zum Größtenteil auch umgesetzt wurden.

- Möglichst reibungsarm, um den Schlupf aus dem Reibmoment möglichst gering zu halten. Dem widersprechend führt eine große Umschlingung zu einer erhöhten Lagerlast. Jedoch besteht bei größerer Umschlingung eher die Möglichkeit, daß der nicht vermeidbare Schlupf vernachlässigbar klein ist.
- Möglichst massearm, um geringe Lagerreibungskräfte zu haben und über das geringe Massenträgheitsmoment bei instationärem Bahnlauf keine merklichen Zusatzbelastungen durch die Trägheitskräfte der Meßwalze zu haben.
- Hohe Rundlaufgenauigkeiten, um keine zusätzlichen Bahnbelastungen durch zeitlich veränderliche Oberflächengeschwindigkeiten zu erzeugen.
- Luftdurchlässige Oberfläche oder entsprechend große Luftabfuhrmöglichkeiten, um den Überdruck zwischen Bedruckstoffbahn und der Meßwalze abzubauen. Der dadurch verringerte Luftspalt führt bei hohen Bahngeschwin-

digkeiten wieder zu dem gewünschten Oberflächenkontakt zwischen Bedruckstoffbahn und Meßwalze.

Der letzte Punkt wurde bei den ausgeführten Meßwalzen nicht verwirklicht, da zu diesem Zweck Neuentwicklungen mit Faserwerkstoffen oder sehr feinen Rundsieben notwendig sind. Die vielfach in Praxismaschinen verwendeten Möglichkeiten zur Erhöhung der Reibfähigkeit durch aufgerauhte Oberflächen oder durch Spiralnuten wurden nicht verwendet, da man zur hochgenauen Bestimmung der relativen Geschwindigkeitszunahmen die Durchmesser-Verhältnisse der einzelnen Meßwalzen untereinander bestimmen muß. Der zur Bestimmung der Durchmesser-Verhältnisse notwendige Abrollversuch wird ausführlich von SPIEGEL /41/ beschrieben. Daraus läßt sich die letzte Forderung der definierten Oberfläche der Meßwalze ableiten, die im Abrollversuch den gleichen Wirkdurchmesser haben muß wie während der Messung mit Bedruckstoffbahnen.

Anpreßelemente (Presseure und Gurtbänder) zur Erhöhung des Oberflächenkontaktes wurden einerseits wegen der nicht vermeidbaren Eigenreibung der Anpreßelemente (Lagerreibung und viskoelastische Effekte) und bei Presseuren durch Beeinflussungen des Bahntransports nicht an den Meßwalzen eingesetzt.

An der Meßwalze sind berührungslos arbeitende Drehwinkelgeber mit 2 Signalspuren mit jeweils 5000 Strichen angebracht, die pro Umdrehung bei geeigneter Auswertung 20000 Signale liefern. Diese binären Signale können mit geeigneten Zählerbausteinen gezählt werden. Zu bestimmten Zeiten werden alle interessierenden Zähler gleichzeitig ausgelesen. Die meßwertseitige Genauigkeit liegt somit pro Meßsignal bei einem Strich, der zum Zeitpunkt des Auslesens gerade eingelesen oder gerade noch nicht eingelesen wurde. Somit ergibt sich eine Meßwerterfassungsgenauigkeit von $360^\circ / 20.000 = 0,018^\circ$. Die Erfahrung zeigt jedoch, daß durch Schlupf und nicht vermeidbare Schwankungen in der Bahnführung gesicherte Ergebnisse erst in der Betrachtung mehrerer Umdrehungen der Meßwalze zu erzielen sind. Dieses Vorgehen ist bei den betrachteten quasistationären Prozessen aber nicht nachteilig zu bewerten. Die erzielten Genauigkeiten in der Bestimmung der relativen Geschwindigkeitszunahme liegen in der Größenordnung von 0,05%.

Die Vermessung der Bahnbreite wird mit CCD-Kameras der industriellen Meßtechnik in angepaßter Form durchgeführt. Die hochauflösenden Kameras können einen Bereich von 20 mm Breite mit einer Auflösung von 0,01 mm messen. Da üblicherweise die Bahnbreiten wesentlich größer als der Meßbereich sind, werden beide

Bahnkanten vermessen. Der hohe Lichtbedarf der CCD-Kameras läßt hochgenaue Messungen nur in der gezeigten Anordnung zu, bei der die Bahn zwischen Beleuchtungsquelle und Kamerapaar durchgeführt wird. Deshalb kann die Bahnbreite nicht direkt auf den Meßwalzen bestimmt werden. Neben der reinen Bahnbreitenmessung sind auch Messungen des seitlichen Materialbahnversatzes möglich.

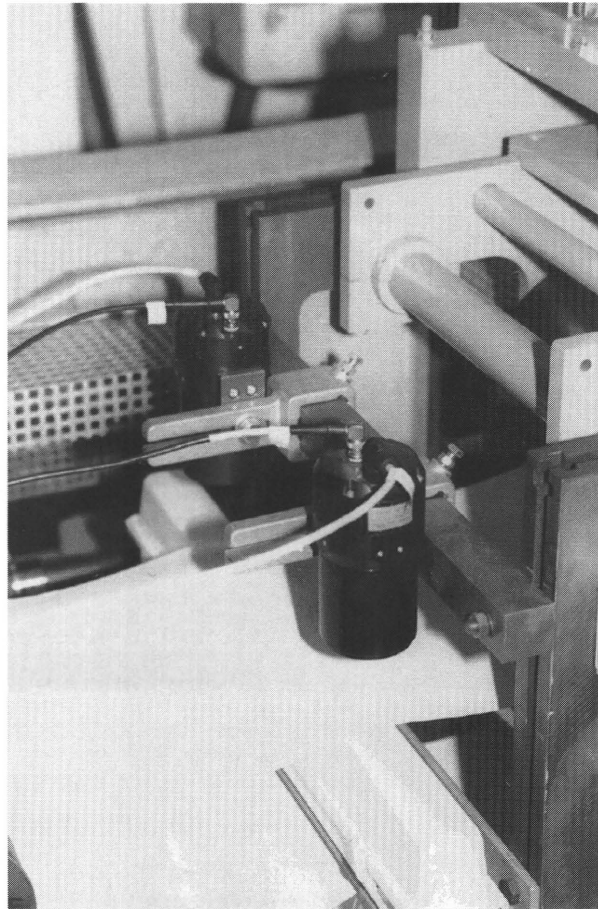


Abbildung A.3: CCD-Kameras zur Messung der Bahnbreite

Die Meßwerte der einzelnen Meßwertaufnehmer werden in den spezifischen Meßwertverstärkern oder -wandlern aufbereitet und anschließend in einem Macintosh-Rechner über Schnittstellenkarten eingelesen. Die Steuerung der Meßwerterfassung und die Meßwertauswertung wurden mit eigenen programmierten Routinen in der von NATIONAL INSTRUMENTS zu den Meßwerterfassungskarten gehörenden Programmiersprache LABVIEW aufgebaut.